

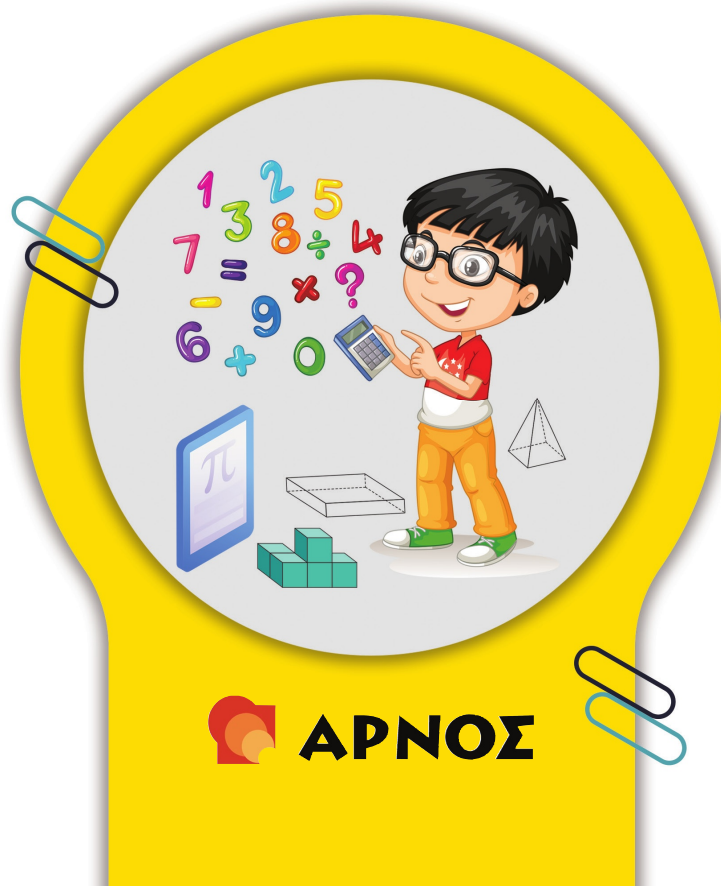
Μπαίνω ΠΡΟΤΥΠΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ Μαθηματικά

Περιέχει:

Θεωρία Σύντομη και Μεθοδική

1.251 Ασκήσεις - Θέματα Εξετάσεων

14 Προσομοιωτικά Διαγωνίσματα Εξετάσεων/κεφάλαιο



 **ΑΡΝΟΣ**

Μπαίνω Πρότυπο Γυμνάσιο, Μαθηματικά

© Copyright: ΑΡΝΟΣ ΙΚΕ, Αθήνα 2023

Συγγραφείς:

Κρόκος Γιάννης, Παπαδόπουλος Σταύρος
Τζεβελέκης Μάριος, Τσιλιβής Βασίλης

Διορθώσεις - Επιμέλεια:

Βασίλης Τσιλιβής, Αγγελική Χαιρέτη

Σχεδίαση εξωφύλλου, σελιδοποίηση:

Εργαστήρι γραφικών τεχνών ΣΥΝΘΕΣΗ
e-mail: info@kapsimi.gr | www.kapsimi.gr

Κεντρική Διάθεση:



ΑΡΝΟΣ ΙΚΕ

Σολωμού 29, Αθήνα, Τ.Κ. 10682
ΤΗΛ.: 210.38.22.157 FAX: 210.330.64.63
www.arnos.gr • protypa@arnos.gr

Σελίδες: 336 | Σχήμα: 21 x 29 cm

ISBN: 978-960-7225-31-3

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η ολική, μερική ή περιληπτική αναπαραγωγή και μετάδοση έστω και μιας σελίδας του παρόντος βιβλίου κατά παράφραση ή διασκευή με οποιονδήποτε τρόπο (μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό κ.λπ. – Ν. 2121/93, άρθρο 51).

Η απαγόρευση αυτή ισχύει και για τις δημόσιες υπηρεσίες, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κ.λπ. (άρθρο 18). Οι παραβάτες διώκονται (άρθρο 13) και τους επιβάλλονται κατάσχεση, αστικές και ποινικές κυρώσεις σύμφωνα με το νόμο (άρθρο 64-66).

Στον Μαθητή,
που έχει σόχους και όραμα!

Στον Γονέα, που
με αγάπη και ενδιαφέρον στηρίζει και φροντίζει!

Στον Δάσκαλο,
που καλλιεργεί και εξελίσσει το εκπαιδευτικό του έργο!



■ Περιεχόμενα

Πρόλογος	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	13
Φυσικοί αριθμοί	14
Σύγκριση και διάταξη φυσικών αριθμών.....	16
Στρογγυλοποίηση φυσικών αριθμών	18
Πρόσθεση φυσικών αριθμών	19
Ιδιότητες πρόσθεσης	20
Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών.....	20
Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού με το 10, 100, 1.000,	21
Ιδιότητες πολλαπλασιασμού	21
Δύναμη φυσικού αριθμού.....	22
Δυνάμεις του 10	23
Αριθμητικές Παραστάσεις.....	23
Έξυπνη πρόσθεση του Gauss	24
Έξυπνη καταμέτρηση αριθμών.....	24
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
1.1. Αξία Θέσης Ψηφίου και Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης	25
1.2. Σύγκριση και Διάταξη Φυσικών Αριθμών.....	25
1.3. Στρογγυλοποίηση Φυσικών Αριθμών	26
1.4. Παραστάσεις και Προτεραιότητα των Πράξεων.....	27
1.5. Άγνωστος αριθμός – Ευθείες και αντίστροφες πράξεις	28
1.6. Έξυπνες Πράξεις.....	30
1.7. Λογαριάζω τα Χρήματα.....	31
1.8. Ηλικίες.....	32
1.9. Προβλήματα με Σχέσεις	33
1.10 Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	34
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 1ου Κεφαλαίου	40
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ	43
Ευκλείδεια διαίρεση.....	44
Διαίρετης αριθμού.....	45
Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.).....	46
Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)	47
Ανάλυση αριθμών σε γινόμενο	48
πρώτων παραγόντων	48
Εύρεση Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη	50
Εύρεση Ελάχιστου Κοινού Πολλαπλασίου	50
Κριτήρια διαιρετότητας.....	51
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	

2.1. Ευκλείδεια Διαίρεση.....	53
2.2. Διαιρέτες	54
2.3. Μ.Κ.Δ.	54
2.4. Κριτήρια Διαιρετότητας.....	56
2.5. Πρώτοι Αριθμοί.....	58
2.6. Παραγοντοποίηση.....	59
2.7. Πολλαπλάσια – Ε.Κ.Π.....	59
2.8. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	62
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 2ου Κεφαλαίου	64

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ..... 67

Δεκαδικοί Αριθμοί	68
Αξία θέσης ψηφίου δεκαδικών αριθμών.....	68
Σύγκριση και διάταξη δεκαδικών αριθμών.....	69
Σύγκριση δύο δεκαδικών αριθμών με ίδιο ακέραιο μέρος	70
Σύγκριση δύο δεκαδικών αριθμών με διαφορετικό ακέραιο μέρος	70
Στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών.....	71
Πρόσθεση δεκαδικών αριθμών.....	72
Πολλαπλασιασμός και διαίρεση δεκαδικών αριθμών.....	73
Διαίρεση δεκαδικού αριθμού με το 10, 100, 1.000,.....	74
Πολλαπλασιασμός δεκαδικού αριθμού με το 0,1, το 0,01, το 0,001,.....	74
Διαίρεση δεκαδικού αριθμού με το 0,1, το 0,01, το 0,001,.....	75
Παραστάσεις και προτεραιότητα των πράξεων	76

Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις

3.1. Αξία Θέσης Ψηφίου Δεκαδικών Αριθμών	77
3.2. Σύγκριση και διάταξη δεκαδικών αριθμών	77
3.3. Εκτίμηση και Στρογγυλοποίηση.....	78
3.4. Αριθμογραμμές.....	79
3.5. Έξυπνες Πράξεις.....	80
3.6. Παραστάσεις και προτεραιότητα των πράξεων.....	81
3.7. Λογαριάζω τα Χρήματα.....	82
3.8. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	84
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 3ου Κεφαλαίου	88

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΚΛΑΣΜΑΤΑ..... 91

Το Μέρος και το Όλο	92
Ισοδύναμα Κλάσματα	93
Δεκαδικά Κλάσματα.....	93
Απλοποίηση Κλασμάτων	94
Ομώνυμα και Ετερόνυμα Κλάσματα	94
Πώς κάνουμε τα κλάσματα από ετερόνυμα ομώνυμα;.....	95
Σύγκριση κλασμάτων.....	95
Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων.....	96
Αντιμεταθετική Ιδιότητα	97
Προσεταιριστική Ιδιότητα.....	97

Πολλαπλασιασμός κλασμάτων	97
Αντίστροφα κλάσματα.....	98
Διαίρεση κλασμάτων.....	98
Κλάσματα και ενδείξεις στην Αριθμογραμμή.....	99
Προβλήματα Κλασμάτων με Μέρος και Όλο.....	99
Προβλήματα Κλασμάτων με Αριθμογραμμές.....	101
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	102
4.1. Το Μέρος και το Όλο.....	102
4.2. Σύγκριση και Διάταξη Κλασμάτων.....	104
4.3. Αριθμογραμμές.....	105
4.4. Απλοποίηση και Ισοδύναμα Κλάσματα	106
4.5. Έξυπνες Πράξεις.....	107
4.6. Παραστάσεις και Προτεραιότητα των Πράξεων.....	108
4.7. Αναγωγή στη Μονάδα.....	109
4.8. Προβλήματα με Σχέσεις	111
4.9. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	112
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 4ου Κεφαλαίου	117
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΜΟΤΙΒΑ	121
Αριθμητικά Μοτίβα.....	122
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
5.1. Αριθμητικά Μοτίβα.....	123
5.2. Μοτίβο Συμβόλων – Ευκλείδεια Διαίρεση	126
5.3. Το Μοτίβο της Ώρας	126
5.4. Το Μοτίβο των Ψηφίων – Αρίθμηση.....	127
5.5. Ακολουθώ τις Οδηγίες	127
5.6. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	128
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 5ου Κεφαλαίου	131
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	135
Εξισώσεις.....	136
Αντίστροφος αριθμού.....	136
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
6.1. Ζυγαριές	139
6.2. Βρίσκω και Λύνω την Εξίσωση.....	142
6.3. Άγνωστος Αριθμός – Ευθείες και Αντίστροφες Πράξεις.....	146
6.4. Ηλικίες.....	147
6.5. Προβλήματα με Σχέση Δύο Αγνώστων	147
6.6. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	148
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 6ου Κεφαλαίου	152
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΛΟΓΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΑ	155
Ανάλογα Ποσά.....	156
Κλίμακα	158
Ταχύτητα.....	158

Αντιστρόφως Ανάλογα Ποσά	159
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
7.1. Απόσταση – Ταχύτητα – Χρόνος	161
7.2. Λόγος δύο Αριθμών – Λογική	162
7.3. Ανάλογα Ποσά	163
7.4. Αντιστρόφως Ανάλογα Ποσά	166
7.5. Κλίμακα μεγέθυνσης ή σμίκρυνσης	168
7.6. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης	169
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 7ου Κεφαλαίου	174
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΠΟΣΟΣΤΑ	179
Ποσοστά	180
Προβλήματα Ποσοστών με Μέρος και Όλο	181
Προβλήματα με Ποσοστά	181
Από την Αρχική Τιμή και το Ποσοστό Μεταβολής βρίσκω την Τελική Τιμή	182
Από την Τελική Τιμή και το Ποσοστό Μεταβολής βρίσκω την Αρχική Τιμή	182
Από την Αρχική και την Τελική Τιμή, βρίσκω το Ποσοστό Μεταβολής	183
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
8.1. Το Μέρος και το Όλο	184
8.2. Εύρεση Τελικής Τιμής με δεδομένη Αρχική Τιμή και Ποσοστό	189
8.3. Διαδοχικές Μεταβολές Ποσοστών	190
8.4. Εύρεση Αρχικής Τιμής με δεδομένη Τελική Τιμή και Ποσοστό	191
8.5. Εύρεση Ποσοστού με δεδομένη Αρχική και Τελική Τιμή	191
8.6. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης	192
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 8ου Κεφαλαίου	197
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	207
Στατιστική και Γραφήματα	202
Πίνακας Συχνοτήτων & Σχετικών Συχνοτήτων	204
Μέσος Όρος ή Μέση Τιμή	205
Εύκολος Τρόπος Υπολογισμού Μέσου Όρου	206
Πιθανότητες	208
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
9.1. Υπολογισμός Μέσου Όρου	209
9.2. Μεταβολή Μέσου Όρου	211
9.3. Εύρεση Τιμών με δεδομένο Μέσο Όρο	213
9.4. Πίνακας Συχνοτήτων	214
9.5. Ανάγνωση – Ερμηνεία Γραφικής Παράστασης	217
9.6. Υπολογισμός Πιθανότητας	223
9.7. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης	224
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 9ου Κεφαλαίου	229
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΟΙΕΣ – ΣΧΗΜΑΤΑ	235
Γωνίες	236
Είδη Γωνιών	236

Άθροισμα Γωνιών	237
Πολύγωνα	237
Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες.....	238
Άθροισμα γωνιών τριγώνου	239
Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές	239
Άθροισμα γωνιών τετραπλεύρου	240
Οικογένεια Παραλληλογράμμων	240
Παραλληλόγραμμο.....	240
Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή ορθογώνιο	241
Ρόμβος.....	241
Τετράγωνο	241
Τραπέζιο.....	242
Κύκλος	243
Σχέση μήκους και διαμέτρου του κύκλου.....	243
Αξονική συμμετρία.....	244
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
10.1. Γωνίες – Σχέσεις Γωνιών.....	245
10.2. Τρίγωνα – Άθροισμα Γωνιών.....	245
10.3. Συμμετρία – Περιστροφή Σχήματος	246
10.4. Γεωμετρικά Σχήματα	247
10.5. Συντεταγμένες	248
10.6. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης	249
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 10 ^{ου} Κεφαλαίου	251
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΜΟΤΙΒΑ.....	255
Γεωμετρικά Μοτίβα.....	256
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
11.1. Μοτίβο Συμβόλων – Ευκλείδεια Διαίρεση.....	257
11.2. Σύνθετα Μοτίβα	258
11.3. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης	261
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 11ου Κεφαλαίου	265
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: ΜΗΚΟΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ.....	271
Μέτρηση Μήκους.....	272
Υποδιαιρέσεις του μέτρου	272
Μονάδες μεγαλύτερες του μέτρου.....	273
Κλίμακα	273
Περίμετρος	274
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
12.1. Υπολογισμός Περιμέτρου.....	276
12.2. Υπολογισμός Μήκους.....	279
12.3. Απόσταση – Κλίμακα	282
12.4. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης	284
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 12ου Κεφαλαίου	289

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: ΕΜΒΑΔΟΝ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ.....	293
Μονάδα Μέτρησης Επιφάνειας.....	294
Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου.....	296
Μονάδες μεγαλύτερες του τετραγωνικού μέτρου.....	297
Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων.....	296
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
13.1. Υπολογισμός Εμβαδού.....	298
13.2. Σχέση Εμβαδών – Ποσοστό Μεταβολής.....	301
13.3. Υπολογισμός Επιφάνειας και Κόστους.....	303
13.4. Εμβαδόν – Περίμετρος – Μήκος πλευράς.....	304
13.5. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	308
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 13ου Κεφαλαίου.....	314
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14: ΟΓΚΟΣ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΤΕΡΕΩΝ.....	319
Όγκος - Χωρητικότητα.....	320
Μονάδα Μέτρησης Όγκου.....	320
Κύβος.....	321
Όγκος κύβου.....	322
Εμβαδόν έδρας.....	322
Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας.....	322
Εμβαδόν ολικής επιφάνειας.....	322
Ορθογώνιο Παραλληλεπίπεδο.....	323
Όγκος παραλληλεπιπέδου.....	323
Εμβαδόν ολικής επιφάνειας.....	323
Κύλινδρος.....	324
Όγκος κυλίνδρου.....	324
Εμβαδόν βάσης.....	324
Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας.....	324
Εμβαδόν ολικής επιφάνειας.....	324
Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις	
14.1. Όγκος – Επιφάνεια Στερεού.....	325
14.2. Ιδιότητες και Αναπτύγματα Στερεών.....	328
14.3. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης.....	329
Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 14ου Κεφαλαίου.....	332
Βιβλιογραφία.....	336

■ Πρόλογος

Το βιβλίο «**Μαθηματικά, Μπαίνω Πρότυπο Γυμνάσιο**» δημιουργήθηκε από την αγάπη, τη φροντίδα και την πολυετή εμπειρία των καθηγητών του κέντρου **ΑΡΝΟΣ**. Είναι ένα πλήρες εγχειρίδιο Μαθηματικών, που παρέχει στον μαθητή συγκεντρωμένα όλα όσα χρειάζεται για να μελετήσει, να κατανοήσει, να εμπεδώσει και να πετύχει στις εξετάσεις που θα πάρει μέρος.

Απευθύνεται στους μαθητές που προετοιμάζονται για τις εξετάσεις στα Πρότυπα Γυμνάσια, στα Ιδιωτικά Σχολεία, στους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς και για τις Υποτροφίες.

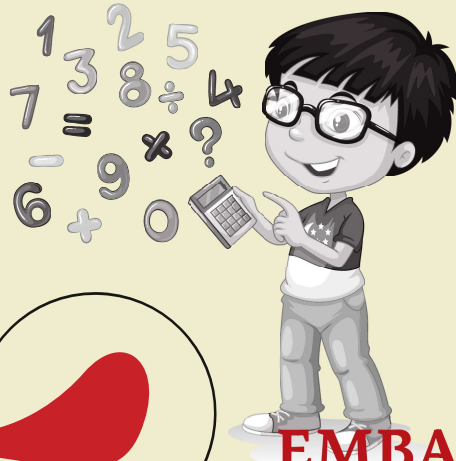
Επιπλέον, καλύπτει τις απαιτήσεις των μαθητών της ΣΤ΄ Δημοτικού, που στοχεύουν στην *αριστεία* και την *επιτυχή πορεία* τους στο Γυμνάσιο.

Κάθε κεφάλαιο του βιβλίου περιέχει:

- **Θεωρία:** Σύντομη και Μεθοδική, με γλώσσα απλή και κατανοητή, οπτικοποιημένη.
- **Σχήματα** με χρώματα για να μένουν ανεξίτηλα στη μνήμη και τη σκέψη του μαθητή.
- **Ασκήσεις και Θέματα Εξετάσεων:** Ταξινομημένα ανά κεφάλαιο, ώστε να υπάρχει πλήρης κάλυψη της ύλης για κάθε θέμα ξεχωριστά. Οι Ερωτήσεις και τα Θέματα Πολλαπλής Επιλογής οδηγούν το μαθητή αφενός στη σκέψη να λύσει το πρόβλημα μέσα από τη λογική και αφετέρου να είναι σε θέση να αποκλείει έξυπνα και εύκολα τις επιλογές που δεν είναι σωστές.
- **Προσομοιωτικά Διαγωνίσματα:** Διαγωνίσματα στο ύφος και στις απαιτήσεις των εξετάσεων, που εξοικειώνουν το μαθητή με αυτές και ενισχύουν την αυτοπεποίθησή του για την επίτευξη του στόχου.

Το βιβλίο «**Μαθηματικά, Μπαίνω Πρότυπο Γυμνάσιο**» καλύπτει τις διδακτικές ανάγκες του δάσκαλου-καθηγητή, καθώς περιέχει ό,τι του είναι αναγκαίο για ένα ολοκληρωμένο και αποτελεσματικό μάθημα.

Η συγγραφική ομάδα



ΚΕΦΑΛΑΙΟ

13

ΕΜΒΑΔΟΝ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Μοτίβα ασκήσεων

- 13.1. Υπολογισμός Εμβαδού
- 13.2. Σχέση Εμβαδών – Ποσοστό Μεταβολής
- 13.3. Υπολογισμός Επιφάνειας & Κόστους
- 13.4. Εμβαδόν – Περίμετρος – Μήκος πλευράς
- 13.5. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης

Διδακτικοί στόχοι

- › Γνωρίζω τις Μονάδες Μέτρησης Επιφάνειας
- › Κάνω μετατροπές από μια μονάδα μέτρησης σε μια άλλη
- › Υπολογίζω το Εμβαδόν απλών και σύνθετων επιφανειών
- › Βρίσκω το Μήκος πλευράς ενός σχήματος με γνωστό εμβαδόν
- › Υπολογίζω την Περίμετρο ενός σχήματος με γνωστό εμβαδόν
- › Συγκρίνω εμβαδά επίπεδων επιφανειών
- › Εύρεση Ποσοστού μεταβολής του Εμβαδού ενός σχήματος λόγω μεταβολής των διαστάσεών του

Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 13ου Κεφαλαίου

■ Μονάδα Μέτρησης Επιφάνειας

- Μονάδα μέτρησης της επιφάνειας είναι το **1 τετραγωνικό μέτρο (τ.μ.)** ή **square meter (m²)**. Είναι η επιφάνεια ενός τετραγώνου πλευράς 1 μέτρου (μ. ή m). Είναι:

$$1 \text{ τ.μ.} = 100 \text{ τ.δεκ.} = 10.000 \text{ τ.εκ.} = 1.000.000 \text{ τ.χιλ.}$$

Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου

- **τετραγωνικό δεκατόμετρο (τ.δεκ.)** ή **square decimeter (dm²)**

Ο χωρισμός του τετραγωνικού μέτρου σε $10 \cdot 10 = 100$ τετραγωνάκια πλευράς 1 dm μάζ δίνει το τετραγωνικό δεκατόμετρο.

$$1 \text{ τ.μ.} = 100 \text{ τ.δεκ.} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ τ.δεκ.} = \frac{1}{100} \text{ τ.μ.}$$

- **τετραγωνικό εκατοστόμετρο (τ.εκ.)** ή **square centimeter (cm²)**

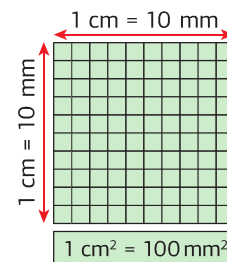
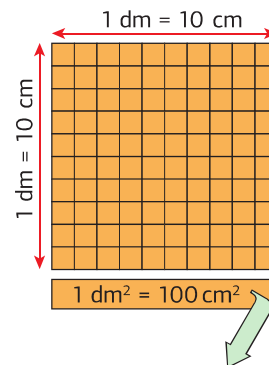
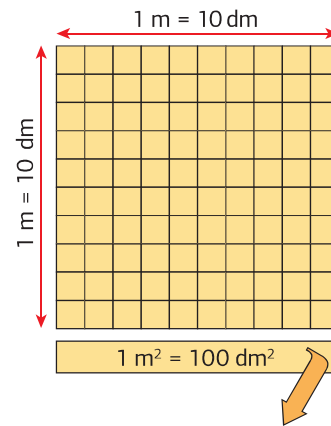
Ο χωρισμός του τετραγωνικού δεκατόμετρου σε $10 \cdot 10 = 100$ τετραγωνάκια πλευράς 1 cm μάζ δίνει το τετραγωνικό εκατοστόμετρο.

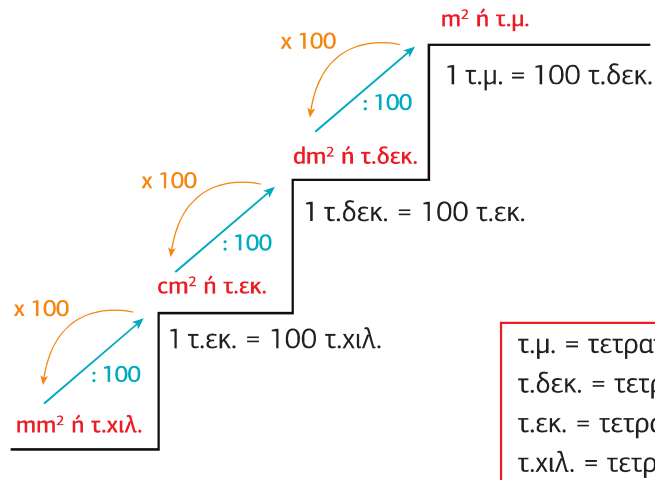
$$1 \text{ τ.δεκ.} = 100 \text{ τ.εκ.} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ τ.εκ.} = \frac{1}{100} \text{ τ.δεκ.} = \\ = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10.000} \text{ τ.μ.}$$

- **τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (τ.χιλ.)** ή **square millimeter (mm²)**

Ο χωρισμός του τετραγωνικού εκατοστόμετρου σε $10 \cdot 10 = 100$ τετραγωνάκια πλευράς 1 mm μάζ δίνει το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο.

$$1 \text{ τ.εκ.} = 100 \text{ τ.χιλ.} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ τ.χιλ.} = \frac{1}{100} \text{ τ.εκ.} = \\ = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{1.000.000} \text{ τ.μ.}$$





Μονάδες μεγαλύτερες του τετραγωνικού μέτρου

> τετραγωνικό χιλιόμετρο (τ. χλμ.) ή square kilometer (km^2)

Χρησιμοποιείται για τη μέτρηση μεγάλων εκτάσεων, όπως κρατών, νομών ή νησιών

$$1 \text{ τ.χλμ.} = 1.000 \cdot 1.000 = 1.000.000 \text{ τ.μ.} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ km}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2$$

> στρέμμα

Χρησιμοποιείται στην Ελλάδα για τη μέτρηση επιφάνειας οικοπέδων και κτημάτων

$$1 \text{ στρέμμα} = 1.000 \text{ τ.μ.} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ στρέμμα} = 1.000 \text{ m}^2$$

> Η Σκάλα των Μονάδων Επιφάνειας

Όταν κατεβαίνω τη σκάλα, πολλαπλασιάζω γιατί το Μεγάλο είναι ίσο με πολλά μικρά.

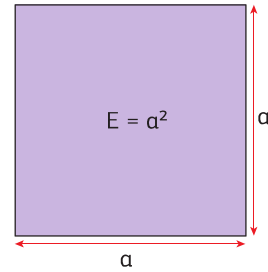
Όταν ανεβαίνω τη σκάλα, διαιρώ γιατί το μικρό είναι μέρος (κλάσμα) του Μεγάλου.

■ Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων

> Εμβαδόν τετραγώνου

Το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά μήκους α είναι:

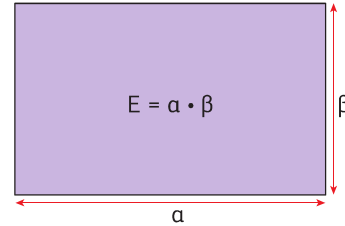
$$E = \alpha^2$$



> Εμβαδόν ορθογώνιου παραλληλογράμμου

Το εμβαδόν ενός ορθογώνιου μήκους α και πλάτους β είναι:

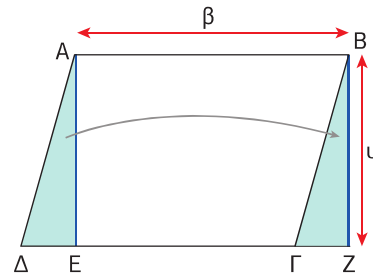
$$E = \alpha \cdot \beta$$



> Εμβαδόν παραλληλογράμμου

Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου με βάση β και ύψος u , είναι:

$$E = \beta \cdot u$$

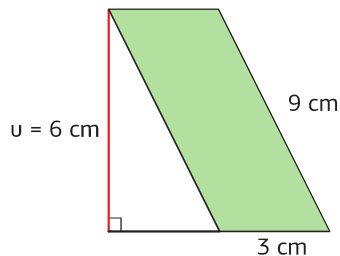


ΣΧΟΛΙΟ

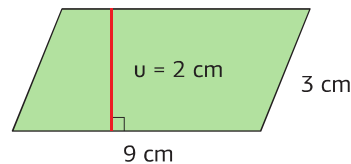
Το ύψος αντιστοιχεί στην απόσταση των παραλλήλων πλευρών που έχουν ληφθεί ως βάση του παραλληλογράμμου.

Στο πλάγιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με βάση $\Delta\Gamma = AB = \beta$ και ύψος $AE = BZ = u$, το εμβαδόν του είναι: $E = \beta \cdot u$

π.χ. Έχουμε το ακόλουθο παραλληλόγραμμο με πλευρές 3 cm και 9 cm.



$$E = 3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}^2$$



$$E = 9 \cdot 2 = 18 \text{ cm}^2$$

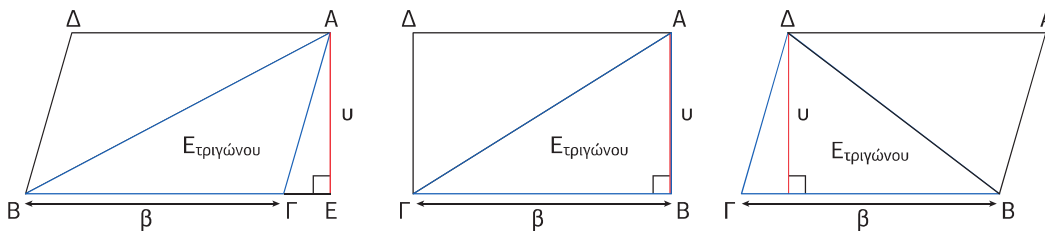
ΣΧΟΛΙΟ

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζουμε τη βάση με το **αντίστοιχο ύψος**.

> Εμβαδόν τριγώνου

Το εμβαδόν ενός τριγώνου με βάση β και ύψος u , είναι:

$$E_{\text{τριγώνου}} = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot u = \frac{\beta \cdot u}{2}$$

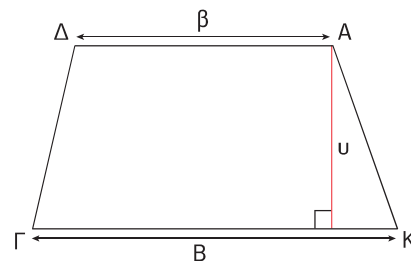
**ΣΧΟΛΙΟ**

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν τριγώνου, πολλαπλασιάζουμε μία βάση (μία από τις τρεις πλευρές) με το **αντίστοιχο** ύψος και διαιρούμε διά 2.

> Εμβαδόν τραπεζίου

Το εμβαδόν ενός τραπεζίου με μεγάλη βάση B , μικρή βάση β και ύψος u , είναι:

$$E = \frac{1}{2} \cdot (B + \beta) \cdot u = \frac{(B + \beta) \cdot u}{2}$$

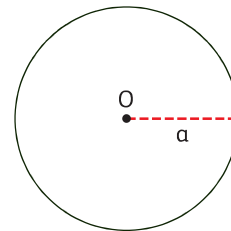
**> Εμβαδόν κυκλικού δίσκου**

Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας a ισούται με:

$$E = \pi \cdot a^2$$

**Θυμήσου:**

1. Ανάλογα με τη μονάδα μέτρησης μήκους κάθε πλευράς ενός σχήματος, έχουμε την αντίστοιχη τετραγωνική μονάδα για τη μέτρηση του εμβαδού του. Δηλαδή, εάν οι πλευρές του είναι εκφρασμένες σε μέτρα, τότε το εμβαδόν εκφράζεται σε τετραγωνικά μέτρα. Εάν οι πλευρές είναι εκφρασμένες σε δέκατα, τότε το εμβαδόν θα είναι σε τετραγωνικά δέκατα κ.ο.κ.
2. Αν σε ένα πρόβλημα που ψάχνουμε το εμβαδόν, οι μονάδες μέτρησης των διαστάσεων του σχήματος είναι διαφορετικές, τότε για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του σχήματος τις μετατρέπουμε στην **ΙΔΙΑ** μονάδα μέτρησης που μας βολεύει καλύτερα.

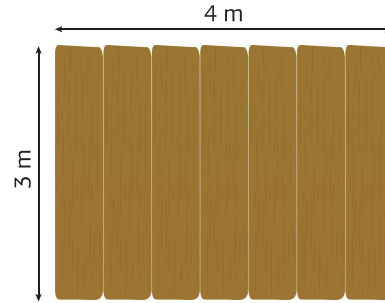


■ Θέματα Εξετάσεων & Προσομοιώσεις

13.1. Υπολογισμός Εμβαδού

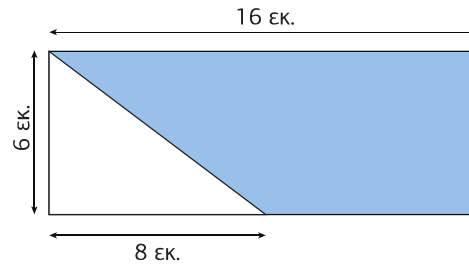
ΘΕΜΑ 1

Ο Πέτρος μπογιατίζει την εξωτερική πλευρά του φράκτι δεξιά. Ο φράκτης έχει μήκος 4 μ. και ύψος 3 μ. Ποια είναι η επιφάνεια που πρέπει να μπογιατίσει ο Πέτρος;



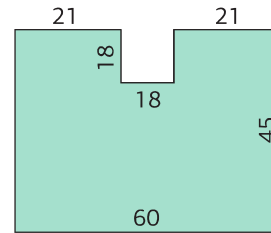
ΘΕΜΑ 2

Το διπλανό σχήμα είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Ποιο είναι το εμβαδόν της γαλάζιας επιφάνειας σε τ.εκ. στο σχήμα;



ΘΕΜΑ 3

Ποιο είναι το εμβαδόν του διπλανού σχήματος;

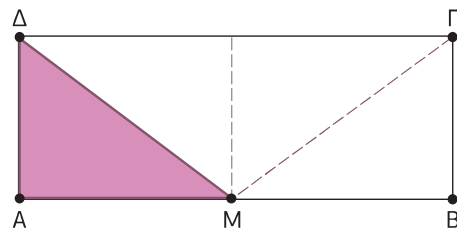


ΘΕΜΑ 4

Η κ. Μαρία έχει τέσσερα οικοπέδα. Το πρώτο έχει εμβαδόν 1,2 στρ., το δεύτερο 567 τ.μ., το τρίτο 25.400 τ.δεκ. και το τέταρτο 0,06 τ.χλμ. Ποια είναι η συνολική επιφάνεια των οικοπέδων;

ΘΕΜΑ 5

Αν η χρωματισμένη επιφάνεια του ορθογώνιου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, του διπλανού σχήματος, έχει εμβαδόν 6 τ.εκ. και Μ είναι το μέσο της πλευράς του ΑΒ, πόσο είναι το εμβαδόν του;

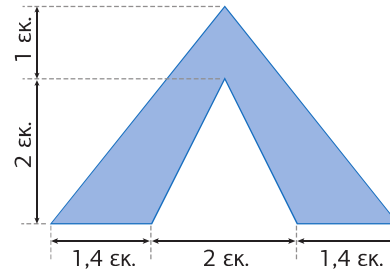


ΘΕΜΑ 6

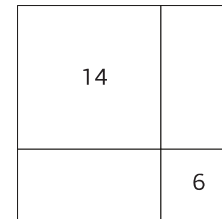
Σε ένα τραπέζιο η μεγάλη βάση είναι 45 εκ., η μικρή βάση είναι τα $\frac{2}{3}$ της μεγάλης βάσης και το ύψος είναι το $\frac{1}{5}$ του αθροίσματος των δύο βάσεων. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τραpezίου.

ΘΕΜΑ 7

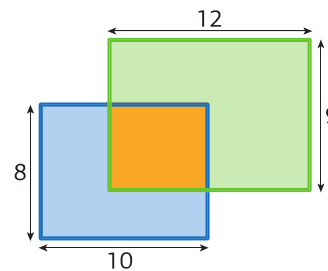
Να υπολογίσεις το χρωματισμένο εμβαδόν στο διπλανό σχήμα.

**ΘΕΜΑ 8**

Το τετράγωνο του διπλανού σχήματος έχει χωριστεί σε τέσσερα ορθογώνια, δύο περίμετροι των οποίων φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Πόσο θα είναι το εμβαδόν του τετραγώνου;

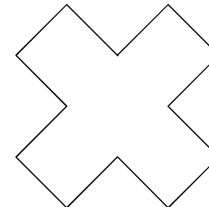
**ΘΕΜΑ 9**

Δυο ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις 8×10 και 9×12 αντιστοίχα έχουν ένα κοινό τμήμα, όπως δείχνουν τα σχήματα αντίστοιχα. Το γαλάζιο τμήμα έχει εμβαδόν 37 τ.εκ. Πόσο είναι το εμβαδόν του πράσινου τμήματος;

**ΘΕΜΑ 10**

Το διπλανό σχήμα αποτελείται από πέντε ίσα τετράγωνα. Αν η περίμετρος του σχήματος είναι 72 τ.εκ., το εμβαδόν του είναι:

- A. 144 τ.εκ. B. 120 τ.εκ.
Γ. 180 τ.εκ. Δ. 200 τ.εκ.

**ΘΕΜΑ 11**

Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι 81 τ.εκ. Ένα ορθογώνιο έχει την ίδια περίμετρο με το τετράγωνο. Το μήκος του ορθογώνιου είναι διπλάσιο από το πλάτος του. Πόσο είναι το εμβαδόν του ορθογώνιου;

- A. 36 τ.εκ. B. 6 τ.εκ. Γ. 18 τ.εκ. Δ. 72 τ.εκ.

ΘΕΜΑ 12

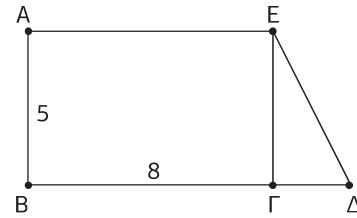
Ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχει τη μεγαλύτερη σκιασμένη επιφάνεια;



ΘΕΜΑ 53

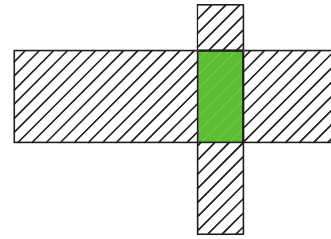
Στο διπλανό σχήμα το $ABΓE$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $AB = 5$ εκ. και $AE = 8$ εκ. Αν το εμβαδόν του τριγώνου $ΔΓE$ είναι το ένα όγδοο του εμβαδού του $ABΓE$, η πλευρά $ΓΔ$ είναι ίση με:

- A.** 1 εκ. **B.** 2 εκ.
Γ. 3 εκ. **Δ.** 4 εκ.

**ΘΕΜΑ 54**

Το διπλανό σχήμα, που μοιάζει με σταυρό, αποτελείται από δύο τετράγωνα και τρία ορθογώνια. Τα σκιασμένα με διαγώνιες γραμμές μέρη του σχήματος είναι δύο τετράγωνα με εμβαδά 1 τ.εκ. και 4 τ.εκ. αντίστοιχα και 2 ορθογώνια με εμβαδά 2 τ.εκ. και 8 τ.εκ. αντίστοιχα. Η περίμετρος του σχήματος είναι:

- A.** 24 εκ. **B.** 15 εκ.
Γ. 19 εκ. **Δ.** 28 εκ.



■ 13.5. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης

ΘΕΜΑ 55

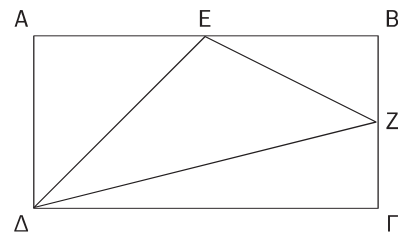
Το περιβόλι του κύριου Νίκου έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλογράμμου. Για την περιφράξή του χρειάστηκαν 96 πάσσαλοι, που τοποθετήθηκαν ανά 2,5 μ. Αν το μήκος του είναι τετραπλάσιο από το πλάτος του, πόσα τ.μ. είναι το εμβαδόν του;

- A.** 2.304 τ.μ. **B.** 1.602 τ.μ. **Γ.** 2.402 τ.μ. **Δ.** 4.206 τ.μ.

ΘΕΜΑ 56

Στο διπλανό σχήμα, το $ABΓΔ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Έχουμε: $ΔΓ = 8$ εκ., $ΑΔ = 4$ εκ. και E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $ΒΓ$ αντίστοιχα. Ποιο είναι το εμβαδόν του τριγώνου $ΔEZ$ σε τ.εκ.;

- A.** 12 **B.** 18
Γ. 24 **Δ.** 28

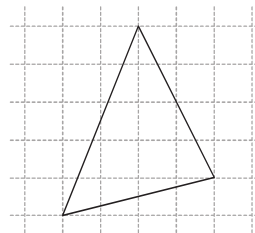
**ΘΕΜΑ 57**

Ο κύριος Γιώργος αγόρασε ένα οικοπέδο 360 τ.μ. Θέλει να κτίσει σ' αυτό ένα σπίτι, το οποίο να καλύπτει το 25% του οικοπέδου. Στο υπόλοιπο οικοπέδο θα φυτέψει πορτοκαλιές. Αν σε κάθε 9 τετραγωνικά μέτρα φυτέψει μια πορτοκαλιά, πόσες πορτοκαλιές θα χρειαστεί;

- A.** 48 πορτοκαλιές **B.** 30 πορτοκαλιές **Γ.** 52 πορτοκαλιές **Δ.** 64 πορτοκαλιές

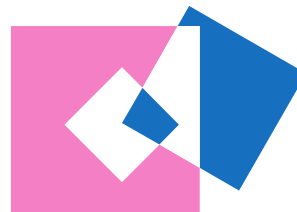
ΘΕΜΑ 58

Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τριγώνου, αν γνωρίζεις ότι κάθε τετράγωνο του πλέγματος έχει πλευρά 1 εκ.

**ΘΕΜΑ 59**

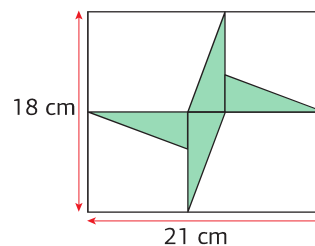
Ένα τετράγωνο πλευράς 3 εκ. βρίσκεται σε ένα τετράγωνο πλευράς 7 εκ. Ένα τετράγωνο πλευράς 5 εκ. τέμνει τα δύο πρώτα. Πόση είναι η διαφορά του εμβαδού της μπλε περιοχής από τη ροζ περιοχή;

- A.** 0 τ.εκ. **B.** 10 τ.εκ.
Γ. 11 τ.εκ. **Δ.** 15 τ.εκ.

**ΘΕΜΑ 60**

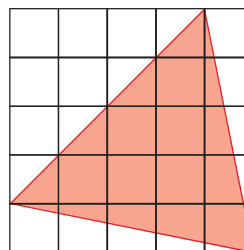
Τέσσερα ίσα ορθογώνια τρίγωνα τοποθετούνται μέσα σ' ένα ορθογώνιο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρεις η συνολική επιφάνεια που καταλαμβάνει η πράσινη περιοχή, αν γνωρίζεις ότι η βάση του τριγώνου είναι 3 cm.

- A.** 26 cm² **B.** 54 cm²
Γ. 62 cm² **Δ.** 52 cm²

**ΘΕΜΑ 61**

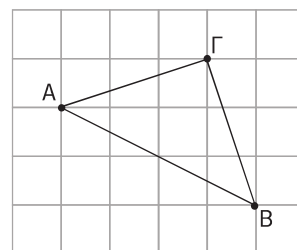
Στη διπλανή εικόνα κάθε τετραγωνάκι έχει πλευρά μήκους 2 εκ. Πόσο είναι το εμβαδόν του σκιασμένου εσωτερικού τριγώνου;

- A.** 78 **B.** 68
Γ. 58 **Δ.** 48

**ΘΕΜΑ 62**

Το τρίγωνο ΑΒΓ σχεδιάστηκε πάνω στο διπλανό χαρτί το οποίο αποτελείται από 30 μικρά τετράγωνα πλευράς 1 εκ. Τι μέρος του χαρτιού στο διπλανό σχήμα καλύπτεται από το τρίγωνο;

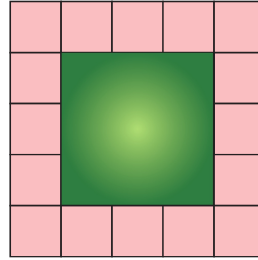
- A.** $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{5}$
Γ. $\frac{1}{4}$ **Δ.** $\frac{1}{3}$



ΘΕΜΑ 63

Για να κατασκευαστεί ένα παρτέρι, ο τεχνίτης τοποθετεί γύρω-γύρω ροζ τετράγωνα πλακάκια, μήκους 4 δεκατόμετρων.

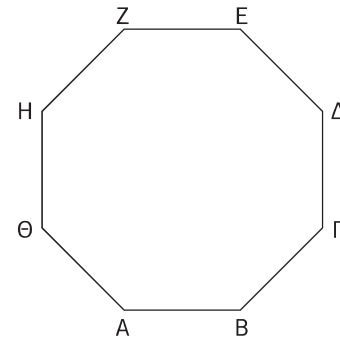
- A.** Πόσα τ.δεκ. είναι το εμβαδόν του παρτεριού στη διπλανή εικόνα;
- B.** Αν διαθέτει 36 ροζ πλακάκια και θέλει να κατασκευάσει ένα τετράγωνο παρτέρι τοποθετώντας τα πλακάκια γύρω-γύρω από αυτό, τι εμβαδόν θα έχει το παρτέρι που θα κατασκευάσει;

**ΘΕΜΑ 64**

Το σχήμα ΑΒΓΔΕΖΗΘ είναι κανονικό οκτάγωνο. Πόσα από τα παρακάτω τρίγωνα έχουν το ίδιο εμβαδόν;

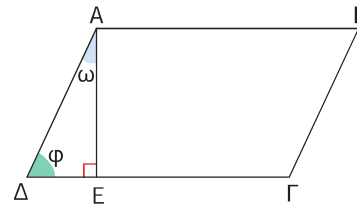
ΑΒΕ, ΔΓΖ, ΘΑΓ, ΓΒΕ, ΖΕΘ, ΕΔΒ, ΑΒΘ, ΕΔΗ

- A.** 4 **B.** 5
Γ. 6 **Δ.** 7

**ΘΕΜΑ 65**

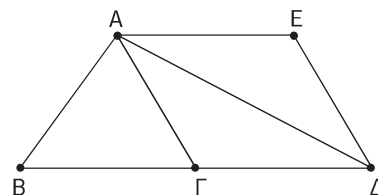
Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με περίμετρο 26m και πλευρά ΒΓ = 5 m. Στο εσωτερικό του ΑΒΓΔ κατασκευάζουμε το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΕ.

- A.** Να υπολογίσεις την πλευρά ΑΕ, αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του ΑΒΓΔ ισούται με 32 m².
- B.** Αν ΔΕ = 3 m, να υπολογίσεις το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ.
- Γ.** Να υπολογίσεις το εμβαδόν της επιφάνειας ΑΒΓΕ.
- Δ.** Αν η γωνία φ είναι ίση με τα $\frac{7}{3}$ της γωνίας ω, να υπολογίσεις τις γωνίες φ και ω.

**ΘΕΜΑ 66**

Στο διπλανό σχήμα, το ΑΓΔΕ είναι παραλληλόγραμμο και το ΒΔ είναι διπλάσιο από το ΓΔ. Αν Ε1 είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ και Ε2 είναι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΓΔΕ, τότε ισχύει το παρακάτω:

- A.** Ε1 = Ε2 **B.** Ε1 = 2 · Ε2
Γ. Ε2 = 2 · Ε1 **Δ.** Ε1 = (3/2) · Ε2



■ Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 13^{ου} Κεφαλαίου

ΘΕΜΑ 1

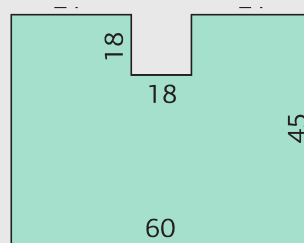
Μεγαλώνουμε τις πλευρές ενός ορθογώνιου παραλληλογράμμου κατά 30%. Το συνολικό εμβαδόν του θα αυξηθεί κατά:

- A.** 30% **B.** 90% **Γ.** 69% **Δ.** 60%

ΘΕΜΑ 2

Ποιο είναι το εμβαδόν του διπλανού σχήματος; (τα μήκη είναι σε εκατοστά)

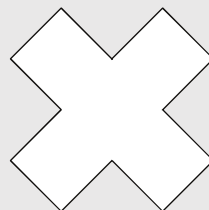
- A.** 2.700 τ.εκ. **B.** 2.376 τ.εκ.
Γ. 1.800 τ.εκ. **Δ.** 2.500 τ.εκ.



ΘΕΜΑ 3

Το διπλανό σχήμα αποτελείται από πέντε ίσα τετράγωνα. Αν η περίμετρος του σχήματος είναι 120 εκ., το εμβαδόν του είναι:

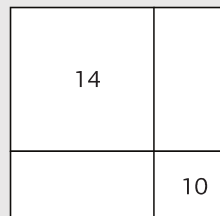
- A.** 600 τ.εκ. **B.** 500 τ.εκ.
Γ. 180 τ. εκ. **Δ.** 200 τ.εκ.



ΘΕΜΑ 4

Το τετράγωνο του διπλανού σχήματος έχει χωριστεί σε τέσσερα ορθογώνια, δύο περίμετροι των οποίων φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Πόσο θα είναι το εμβαδόν του τετραγώνου; (τα μήκη είναι σε εκατοστά)

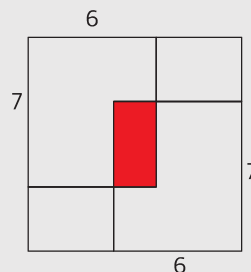
- A.** 20 τ.εκ. **B.** 12 τ.εκ.
Γ. 25 τ.εκ. **Δ.** 36 τ.εκ.



ΘΕΜΑ 5

Δύο ίδια φύλλα χαρτιού με πλευρές 6 εκ. και 7 εκ. τοποθετούνται στις γωνίες τετραγώνου. Τα δύο φύλλα επικαλύπτονται, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το εμβαδόν της επικάλυψης (σκουρόχρωμη επιφάνεια) είναι:

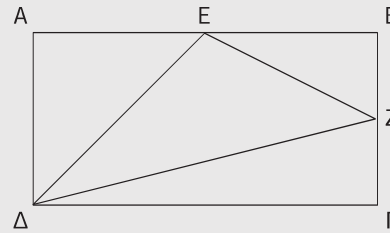
- A.** 14 τ.εκ. **B.** 8 τ.εκ.
Γ. 12 τ.εκ. **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε



ΘΕΜΑ 6

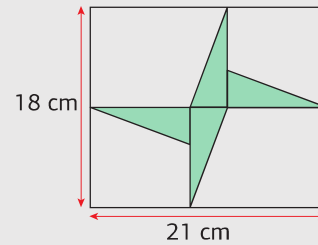
Στο διπλανό σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Έχουμε: $\Delta\Gamma = 10$ εκ., $A\Delta = 5$ εκ. και E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Ποιο είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ σε τ.εκ.;

- A.** 18 τ.εκ. **B.** 18,75 τ.εκ.
Γ. 24 τ.εκ. **Δ.** 28 τ.εκ.

**ΘΕΜΑ 7**

Τέσσερα ίσα ορθογώνια τρίγωνα τοποθετούνται μέσα σ' ένα ορθογώνιο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρεθεί η συνολική επιφάνεια που καταλαμβάνει η πράσινη περιοχή, αν γνωρίζεις ότι η βάση του τριγώνου είναι 3 cm.

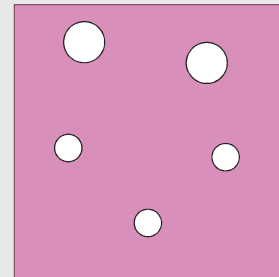
- A.** 44 cm^2 **B.** 34 cm^2
Γ. 62 cm^2 **Δ.** 54 cm^2

**ΘΕΜΑ 8**

Έχουμε ένα χαρτί σχήματος τετραγώνου πλευράς 25 εκ. Από το χαρτί κόψαμε 3 κύκλους ακτίνας 2 εκ. και 2 κύκλους ακτίνας 3 εκ.

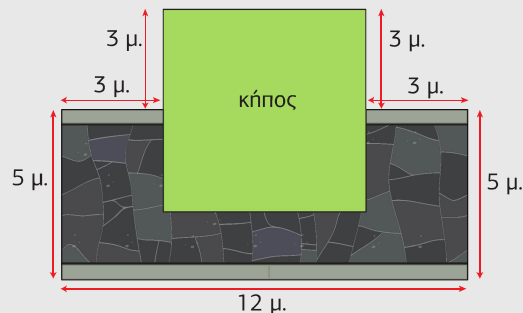
Πόσα τ.εκ. περίπου είναι το εμβαδόν του χαρτιού που απομένει;

- A.** 517 τ.εκ. **B.** 487 τ.εκ.
Γ. 530 τ.εκ. **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε

**ΘΕΜΑ 9**

Τα παιδιά της ΣΤ' τάξης ζήτησαν από τον Διευθυντή του σχολείου τους, για να μην τραυματίζονται, να τοποθετήσει ελαστικό τάπητα στην αυλή, κάτω από τον κήπο, σχήματος τετραγώνου. Ο Διευθυντής ζήτησε από τα παιδιά να υπολογίσουν πόσο θα κοστίσει. Τα ενημέρωσε ότι η τιμή του τάπητα είναι 15€ το τ.μ. και τους έδωσε το ακόλουθο σχεδιάγραμμα της αυλής. Πόσο θα κοστίσει ο τάπητας;

- A.** 240€ **B.** 630€
Γ. 600€ **Δ.** 360€





Οι Απαντήσεις-Λύσεις
του **13ου Κεφαλαίου**
βρίσκονται στο



Διαγωνίσματα Προσομοίωσης, με πιστή
απεικόνιση Γραπού και Φύλλου Απαντήσεων,
στο **exams.arnos.gr**

