

**14<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Όγκος και Επιφάνεια Στερεού****14.1. Όγκος – Επιφάνεια Στερεού**

1. 0,000003 κ.μ.
2. 7 μικροί κύβοι
3. 24 μικρά κουτιά
4. 37 κύβοι
5.  $62 \text{ cm}^2$
6. 64 τ.εκ.
7. 5 κύβοι
8. 2,16 λίτρα ακόμα χρειάζεται
9. Δ
10. Δ
11. Γ
12. Γ
13. Γ
14. Γ
15. Β
16. Δ
17. Α

**14.2. Ιδιότητες και Αναπτύγματα Στερεών**

18. Β
19. Α
20. Δ
21. Δ

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**14.3. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης**

22. 64 τ.μ.

23. 54 σταγόνες

24. Δ

25. Α

26. Α

27. Γ

28. Β

29.  $625 \text{ cm}^3$ 

30. Α) διάμετρος = 100 εκ.

Β) Όγκος = 527.520 κ.εκ.

31. Δ

32. Δ

33. i)  $x = 3$  δεκ.

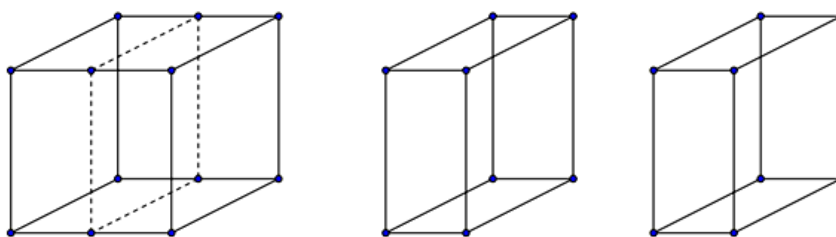
ii) Ο όγκος θα αυξηθεί κατά 72,8%

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Διδασκαλία σε video</li><li>Επαυξημένο βιβλίο</li><li>Quizzes</li><li>Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια: Γιάννης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το παραδοσιακό – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το μοντέρνο -ασύγχρονο μάθημα. Το Ασύγχρονο μάθημα περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	---

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 14<sup>ου</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ**
**Θέμα 1**

Ένας κύβος έχει πλευρά 8 εκ. Τον κόβουμε στη μέση και σχηματίζονται δύο ίδια ορθογώνια παραλληλεπίπεδα. Θέλουμε να τυλίξουμε με χαρτί περιτυλίγματος τα 2 ορθογώνια παραλληλεπίπεδα. Πόσο χαρτί θα χρειαστούμε;



Α. 521 τ.εκ.

Β. 500 τ.εκ.

Γ. 384τ.εκ.

Δ.512 τ.εκ.

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

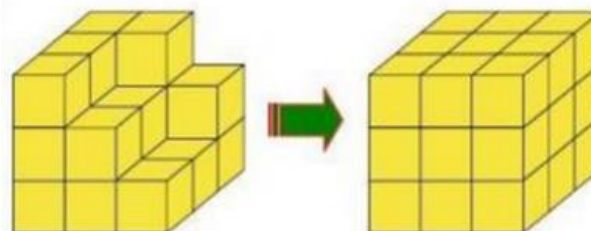
Το εμβαδό μιας έδρας του κύβου είναι 64τ.εκ.

Η επιφάνεια των δύο ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων είναι 8 έδρες του κύβου.

Άρα θα χρειαστούμε  $8 \cdot 64 = 512$  τ.εκ.

**Θέμα 2**

Πόσοι μικροί κύβοι χρειάζονται για συμπληρωθεί το αριστερό σχήμα για γίνει ίδιο με τον μεγάλο κύβο δεξιά;



Α. 6

Β. 7

Γ. 8

Δ.5

**Έξυπνα και Εύκολα!**

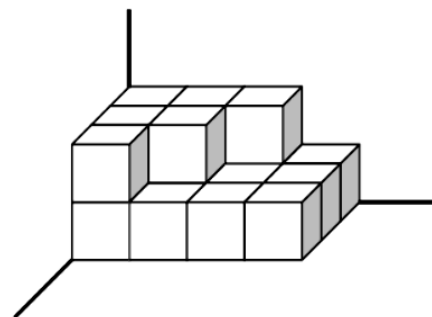
ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Θα χρειασθούν  $2+3+2=7$  μικροί κύβοι.

### Θέμα 3

Η Άννα έφτιαξε την ακόλουθη κατασκευή με κύβους. Όλοι οι κύβοι είναι του ίδιου μεγέθους. Αν ο κάθε κύβος έχει ακμή 1εκ πόσος είναι ο συνολικός όγκος της κατασκευής ;



- A. 18κ.εκ.      B. 19κ.εκ.      Γ. 20κ.εκ.      Δ. 17κ.εκ.

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α

Η βάση αποτελείται από  $3 \cdot 4 = 12$  κύβους.

Από πάνω είναι 6 κύβοι. Έχουμε συνολικά  $12+6=18$  κύβους. Άρα ο όγκος θα είναι 18κ.εκ

### Θέμα 4

Η Μαρίλια έφτιαξε έναν πύργο χρησιμοποιώντας κύβους του ίδιου μεγέθους. Για να κατασκευάσει τον πύργο, στοίβασε 5 σειρές με 6 κύβους στην κάθε μια. Ποιος είναι ο όγκος του πύργου που έφτιαξε;

- A. 5 κύβους      B. 15 κύβους      Γ. 30 κύβους      Δ. 50 κύβους

ΛΥΣΗ.

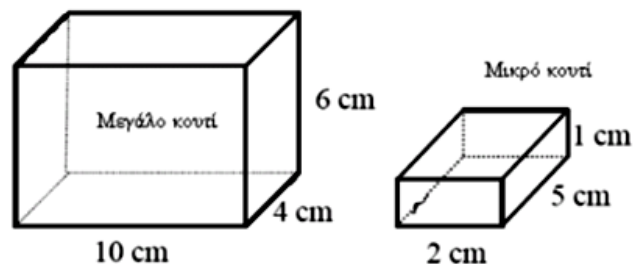
Σωστό το Γ.

Χρησιμοποίησε  $5 \cdot 6 = 30$  κύβους.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 5**

Πόσα μικρά κουτιά μπορούν να χωρέσουν στο μεγάλο κουτί; (Οι διαστάσεις των κουτιών φαίνονται στο σχήμα).



- A. 16      B. 24      Γ. 20      Δ. 22

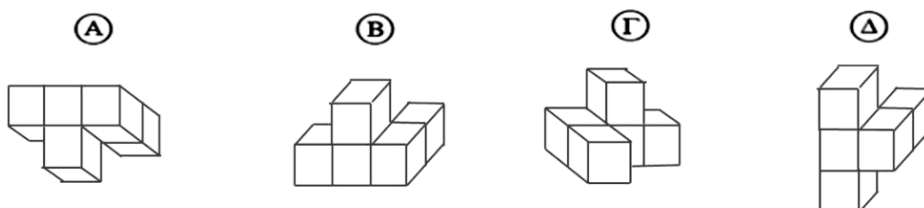
ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Σε ένα ορθογώνιο πλευρών 10 και 4 χωράνε ακριβώς 4 ορθογώνια πλευρών 5 και 2. Αφού το ύψος του μικρού κουτιού είναι 1 εκ. θα χωρέσουν ακριβώς  $4 \cdot 6 = 24$  Μικρά κουτιά.

**Θέμα 6**

Η διπλανή κατασκευή θα μετακινηθεί σε διαφορετική θέση. Ποιο από τα παρακάτω δείχνει την κατασκευή μετά από μια μετακίνηση;



ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Το Β προκύπτει από μια περιστροφή του Γ. Δεν μπορεί λοιπόν να είναι το Β η Γ.

Το Δ δεν μπορεί να είναι. Άρα είναι το Α.

Το Α προκύπτει γυρίζοντας ανάποδα την κατασκευή και μετά την στρίβουμε.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 7**

Ο Δαίδαλος χρησιμοποίησε  $1 \times 1 \times 1$  κύβους για να φτιάξει έναν  $3 \times 3 \times 3$  κύβο, όπως στην εικόνα. Έβαλε μια σταγόνα κόλλα ανάμεσα σε όλες τις έδρες των μικρών κύβων που ακουμπούσαν μεταξύ τους. Πόσες σταγόνες κόλλας χρειάστηκε;



- A. 80      B. 44      Γ. 52      Δ. 54

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Σε μια κατεύθυνση θα χρειαστούμε  $9+9=18$  σταγόνες.

Οι κατευθύνσεις είναι 3.

Άρα θα χρειαστούμε  $3 \cdot 18 = 54$  σταγόνες

**Θέμα 8**

Αν η ακμή ενός κύβου αυξηθεί κατά 30%, πόσο % θα αυξηθεί περίπου ο όγκος του κύβου;

- A. 30      B. 40      Γ. 120      Δ. 300

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Αν η ακμή είναι 1 θα γίνει  $1 + \frac{30}{100} = 1 + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$

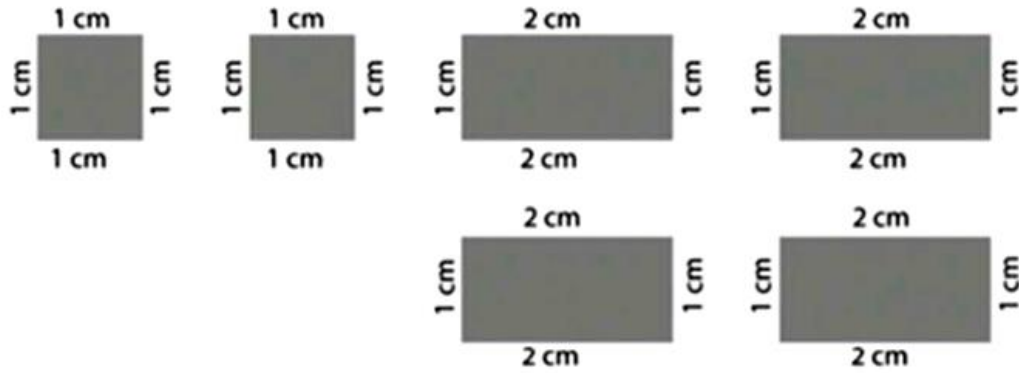
Ο νέος όγκος θα είναι  $\left(\frac{13}{10}\right)^3 = \frac{13^3}{10^3} = \frac{2197}{1000} = 1 + \frac{1197}{1000} = 1 + \frac{119,7}{100}$

Άρα ο όγκος θα αυξηθεί κατά 119,7% δηλαδή περίπου 120%

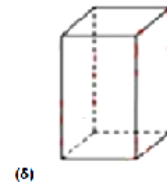
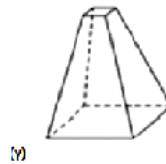
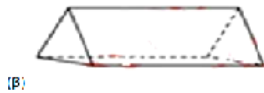
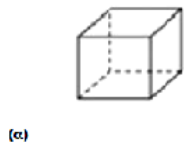
**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 9**

Η Σώτια έχει 6 κομμάτια από χαρτόνι, όπως παρουσιάζονται παρακάτω:



Ποιο από τα πιο κάτω σχήματα θα μπορούσε η Σώτια να κατασκευάσει χρησιμοποιώντας και τα 6 αυτά κομμάτια, χωρίς να τα κόψει;



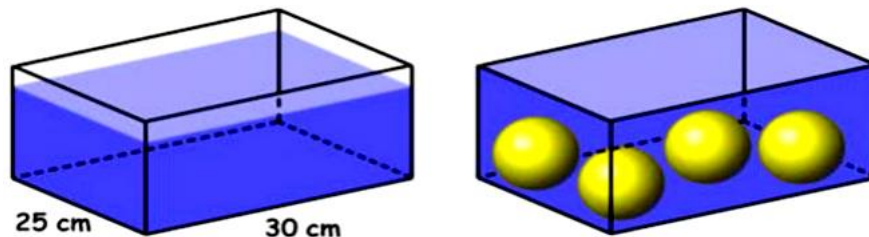
ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 10**

Πιο κάτω είναι δύο ορθογώνια παραλληλεπίπεδα με διαστάσεις, όπως φαίνονται στο σχήμα. Αν βάλω στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο  $12000 \text{ cm}^3$  νερό, τότε θα γεμίσει κατά τα  $\frac{5}{6}$  του. Αν στη συνέχεια τοποθετήσω 4 ίδιες μπάλες, τότε το δοχείο θα γεμίσει πλήρως. Ποιος είναι ο όγκος κάθε μπάλας σε  $\text{cm}^3$ ;



- A. 500      B. 600      Γ. 630      Δ. 650

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Αφού τα  $\frac{5}{6}$  είναι  $12000 \text{ cm}^3$  νερό το  $\frac{1}{6}$  θα είναι

$$\frac{12000}{5} = 2400 \text{ κ.εκ}$$

Ο όγκος και από τις 4 μπάλες θα είναι το  $\frac{1}{6}$  όλου του όγκου δηλαδή  $2400 \text{ κ.εκ}$ .

Άρα η κάθε μπάλα θα έχει όγκο  $\frac{2400}{4} = 600 \text{ κ.εκ}$ .

**Έξυπνα και Εύκολα!**



**Θέμα 11**

Κόβουμε έναν κύβο με ακμή 1 μέτρο σε μικρότερους κύβους με ακμή 20 εκατοστά. Κατόπιν βάζουμε τους μικρούς κύβους τον έναν πάνω στον άλλον. Πόσο είναι το ύψος της κατασκευής που θα προκύψει;

A. 250 μέτρα    B. 25 μέτρα    Γ. 100 μέτρα    Δ. 10 μέτρα

ΛΥΣΗ.

Σωστό το B.

Θα πάρουμε  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$  κύβους

Το ύψος θα είναι

$$125 \cdot 20 = 2500 \text{ εκ. δηλαδή } 25 \text{ μ.}$$

**Θέμα 12**

Το εμβαδόν της επιφάνειας ενός κύβου είναι 96 τετραγωνικά μέτρα. Ο όγκος του κύβου σε κυβικά μέτρα είναι:

A. 60                      B. 64                      Γ. 27                      Δ. 125

ΛΥΣΗ.

Σωστό το B.

Ο κύβος έχει 6 έδρες.

Έτσι, κάθε έδρα έχει εμβαδό  $\frac{96}{6} = 16$  τ.μ.

Κάθε έδρα είναι τετράγωνο οπότε η πλευρά της θα είναι 4 τ.μ.

Άρα, ο όγκος του κύβου είναι  $4^3=64$  κυβικά μέτρα.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 13**

Ένας κύβος έχει όγκο 8 κυβικά μέτρα. Το εμβαδόν της επιφάνειάς του είναι:

- A. 20 τ.μ.                      B. 24 τ.μ.                      Γ. 32 τ.μ.                      Δ. 10 τ.μ.

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Είναι  $2^3 = 8$ .

Άρα, η ακμή του κύβου είναι 2 μ.

Κάθε έδρα του κύβου έχει εμβαδό  $2 \cdot 2 = 4$  τ.μ.

Ο κύβος έχει 6 έδρες.

Άρα, συνολικό εμβαδό  $4 \cdot 6 = 24$  τ.μ.

**Θέμα 14**

Με 15 κύβους πλευράς 1εκ. φτιάχνουμε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Από τα παρακάτω

- A) Το εμβαδό της επιφάνειάς του είναι 46τ.εκ.  
B) Το εμβαδό της επιφάνειάς του είναι 62τ.εκ.  
Γ) Μπορούμε να φτιάξουμε δύο διαφορετικά ορθογώνια παραλληλεπίπεδα  
Δ) Μια ακμή του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου είναι 2εκ.

Τι δεν είναι πάντα σωστό ;

- A. το Α                              B. το Β                              Γ. το Γ                              Δ. το Δ

**Έξυπνα και Εύκολα!**

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Οι ακμές του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου θα είναι φυσικοί αριθμοί.

Ο όγκος του θα είναι 15 που είναι περιττός.

Αλλά ο όγκος είναι το γινόμενο των ακμών του.

Αν είχε μια ακμή 2εκ. τότε ο όγκος του θα ήταν άρτιος αριθμός.

Άρα δεν μπορεί να έχει μια ακμή 2εκ.

Σημείωση.

Μπορούμε να φτιάξουμε δύο διαφορετικά ορθογώνια παραλληλεπίπεδα.

Το ένα με ακμές 3,5,1 εκ. και το άλλο με ακμές 15,1,1 εκ.

Η επιφάνεια του πρώτου είναι

$$2 \cdot (3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 5) = 2 \cdot 23 = 46 \text{ τ.εκ.}$$

ενώ του άλλου

$$2 \cdot (15 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 1 \cdot 1) = 2 \cdot 31 = 62 \text{ τ.εκ.}$$

## Θέμα 15

300 λίτρα κρασί πρέπει να τοποθετηθούν σε μπουκάλια των 750 κυβικών εκατοστών. Τα μπουκάλια που θα χρησιμοποιήσουμε είναι σε πλήθος:

A. 225

B. 200

Γ. 300

Δ. 400

**Έξυπνα και Εύκολα!**

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Μετατρέπουμε τα λίτρα σε κ.εκ :

$$300 \text{ λίτρα} = 300.000 \text{ κ.εκ.}$$

Άρα το πλήθος των μπουκαλιών είναι

$$\frac{300.000}{750} = \frac{30.000}{75} = \frac{300}{75} \cdot 100 = 4 \cdot 100 = 400.$$

### Θέμα 16

Έχουμε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με ακμές 4,5,6 εκατοστά. Το τεμαχίζουμε ώστε να πάρουμε κύβους ακμής 1εκ. Με κάποιους από αυτούς τους κύβους φτιάχνουμε ένα νέο κύβο. Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει ο όγκος του κύβου που φτιάξαμε ;

A. 100κ.εκ.

B. 64κ.εκ.

Γ. 81κ.εκ.

Δ. 125κ.εκ.

ΛΥΣΗ.

Σωστό το B.

Η ακμή του κύβου θα είναι φυσικός αριθμός. Έτσι ο όγκος του θα είναι κύβος φυσικού. Οι κύβοι των φυσικών είναι

$$1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125, \dots$$

Ο όγκος του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου είναι

$$4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \text{ κ.εκ}$$

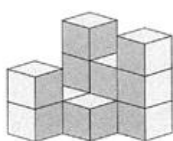
**Έξυπνα και Εύκολα!**

Αλλά ο όγκος του κύβου θα είναι μικρότερος ή ίσος από τον όγκο του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.

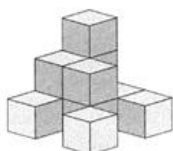
Άρα η μεγαλύτερη τιμή του είναι 64κ.εκ .

### Θέμα 17

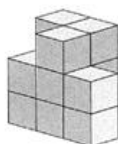
Ποιο από τα παρακάτω στερεά έχει το μεγαλύτερο όγκο;



A.



B.



Γ.

Δ. Δεν έχουν όλα τον ίδιο όγκο

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Τα στερεά Α,Β αποτελούνται από 12 κύβους.

Το στερεό Γ αποτελείται από 13 κύβους, συνεπώς έχει το μεγαλύτερο όγκο.

### Θέμα 18

Μία δεξαμενή έχει 0,1 κ.μ. νερού και μία δεύτερη 120 λίτρα νερό. Αρχίζοντας από αυτήν την στιγμή, η πρώτη δεξαμενή χάνει 1 λίτρο νερό κάθε μία ώρα και η δεύτερη χάνει 3 λίτρα νερό κάθε μία ώρα. Σε πόσες ώρες οι δύο δεξαμενές θα έχουν την ίδια ποσότητα νερού;

A. 4 ώρες

B. 10 ώρες

Γ. 6 ώρες

Δ. 8 ώρες

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

Το 1κ.μ είναι 1.000 λίτρα. Άρα η Α δεξαμενή έχει

$$0,1 \cdot 1000 = 100 \text{ λίτρα νερό και χάνει 1 λίτρο/ώρα.}$$

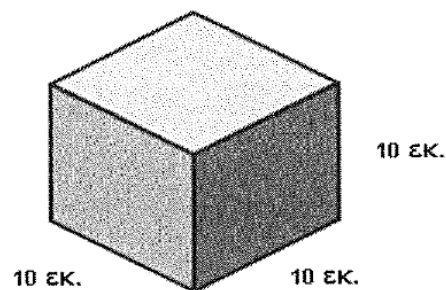
Η Β δεξαμενή έχει 120 λίτρα και χάνει 3 λίτρα/ώρα.

Η Β δεξαμενή έχει  $120 - 100 = 20$  λίτρα παραπάνω νερό και χάνει  $3 - 1 = 2$  λίτρα νερό/ώρα παραπάνω από την Α.

Έτσι σε  $\frac{20}{2} = 10$  ώρες και οι δύο δεξαμενές θα έχουν την ίδια ποσότητα νερού.

### Θέμα 19

Η ακμή του εικονιζόμενου κύβου έχει μήκος 10 εκ. Αν η ακμή του κύβου διπλασιαστεί, τότε ο όγκος του νέου κύβου σε σχέση με τον αρχικό θα είναι:



A. ίδιος                      B. διπλάσιος                      Γ.  
τετραπλάσιος

Δ. κανένα από τα παραπάνω

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Ο αρχικός όγκος είναι ίσος με:  $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$  κ.εκ.

Η νέα ακμή θα είναι διπλάσια της αρχικής, δηλαδή  $2 \cdot 10 = 20$  εκ., άρα ο τελικός όγκος του κύβου είναι ίσος με  $20 \cdot 20 \cdot 20 = 20^3 = 8.000$  κ.εκ.

Άρα ο όγκος του νέου κύβου είναι οχταπλάσιος του αρχικού, δηλαδή καμία από τις απαντήσεις

A,B,Γ.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 20**

Εχουμε 27 ίδιους κύβους. Με αυτούς φτιάχνουμε ένα νέο κύβο. Χρωματίζουμε τις έδρες του νέου κύβου. Μετά τον αποσυνδέουμε στους 27 μικρούς κύβους. Οι μικροί κύβοι που έχουν τρεις έδρες χρωματισμένες είναι :

- A. 6            B. 10            Γ. 8            Δ. Κανένας

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Οι κύβοι που βρίσκονται στην κορυφή του μεγάλου κύβου έχουν τρεις έδρες χρωματισμένες.

Κανένας άλλος μικρός κύβος δεν έχει τρεις έδρες χρωματισμένες.

Οι κορυφές ενός κύβου είναι 8. Άρα υπάρχουν 8 μικροί κύβοι με χρωματισμένες τρεις έδρες.

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Διδασκαλία σε video</li><li>Επαυξημένο βιβλίο</li><li>Quizzes</li><li>Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια Παναγιώτης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το παραδοσιακό – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το μοντέρνο -ασύγχρονο μάθημα. Το <b>Ασύγχρονο μάθημα</b> περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	--

**Έξυπνα και Εύκολα!**