

## 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο - Διαιρετότητα

### 2.1. Ευκλείδεια Διαίρεση

1. Τετάρτη
2. Το Β
3. Το Θ
4. Δευτέρα
5. Το 9
6. Γ
7. Γ
8. Γ
9. Α
10. Γ
11. Α

### 2.2. Διαιρέτες

12. 32 λουλούδια
13. 39
14. Το 16
15. Β
16. Δ

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● Διδασκαλία σε video</li><li>● Επαυξημένο βιβλίο</li><li>● Quizzes</li><li>● Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια: Γιάννης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το παραδοσιακό – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το μοντέρνο -ασύγχρονο μάθημα. Το Ασύγχρονο μάθημα περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	---

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**2.3. Μ.Κ.Δ.**

17. 8 στάνες θα χρειαστεί. Κάθε στάνη θα έχει 7 πρόβατα, 9 κασίκες και 6 αγελάδες
18. Α) Θα σχηματίσει 5 ίδιες ομάδες μπαλονιών  
Β) Κάθε παιδί θα πάρει 9 κόκκινα, 4 πράσινα και 6 μπλε μπαλόνια
19. 48 όμοια πακέτα, όπου το καθένα θα περιέχει 6κ. αλεύρι, 1κ. φακές και 2κ. ρύζι
20. α) 10 όμοια κουτιά    β) Θα πρέπει να πουλάει 27,5€ το κουτί
21. Δ
22. Β
23. Γ
24. Α

**2.4. Κριτήρια Διαιρετότητας**

25. Το 1.449 και το 1.458
26. Το 130 και το 140
27. Το 63
28. Α) Με το 2    Β) Τα ψηφία 1 ή 7. Ναι, θα διαιρούνται με το 12, διότι ένας αριθμός που διαιρείται από δύο πρώτους αριθμούς ή πρώτους μεταξύ τους, διαιρείται και από το γινόμενό τους
29. 630 καραμέλες
30. 80 χλμ.
31. Γ
32. Δ
33. Γ
34. Δ
35. Γ
36. Β
37. Β

**Έξυπνα και Εύκολα!**

38. Δ

**2.5. Πρώτοι Αριθμοί**

- 39. Το 323
- 40. 5 ζεύγη
- 41. Της Άννας
- 42. Α
- 43. Γ
- 44. Δ

**2.6. Παραγοντοποίηση**

- 45. Α) 16.560 σελίδες    Β)  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 23$
- 46.  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$
- 47. Α. Το 13    Β. Το 9
- 48. Γ
- 49. Δ
- 50. Δ
- 51. Γ

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Διδασκαλία σε video</li><li>• Επαυξημένο βιβλίο</li><li>• Quizzes</li><li>• Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια: Γιάννης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το παραδοσιακό – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το μοντέρνο -ασύγχρονο μάθημα. Το Ασύγχρονο μάθημα περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	---

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**2.7. Πολλαπλάσια – Ε.Κ.Π.**

- 52. Μετά από 12 δευτερόλεπτα
- 53. 5 διψήφιοι ακέραιοι
- 54. Όχι, Ε.Κ.Π.(30,60) = 60
- 55. 90 ελιές
- 56. Τετάρτη
- 57. Στη 13:00
- 58. Το 12
- 59. Το 18
- 60. Α
- 61. Γ
- 62. Δ
- 63. Β
- 64. Β
- 65. Α
- 66. Β
- 67. Α
- 68. Δ
- 69. Α

**2.8. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης**

- 70. 112 φράουλες
- 71. Β
- 72. Α
- 73. Γ
- 74. Β
- 75. Β
- 76. Α

**Έξυπνα και Εύκολα!**

77. Δ

78. Γ

79. Γ

80. Α

81. α) Παρασκευή στις 9 π.μ.    β) 114 χάπια

82. Γ

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Διδασκαλία σε video</li><li>Επαυξημένο βιβλίο</li><li>Quizzes</li><li>Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια: Γιάννης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το <b>παραδοσιακό</b> – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το <b>μοντέρνο</b> -ασύγχρονο μάθημα. Το <b>Ασύγχρονο μάθημα</b> περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	--

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 2<sup>ου</sup> Κεφαλαίου****Θέμα 1**

Με 49 λουλούδια η Ελένη έφτιαξε 7 ανθοδέσμες. Θέλει να φτιάξει 6 ακόμη ανθοδέσμες, ίδιες με τις προηγούμενες, αλλά έχει μόνο 40 λουλούδια. Πόσα λουλούδια της λείπουν;

A. 1    B. 3    Γ. 4    Δ. 2

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ. Η κάθε ανθοδέσμη έχει  $\frac{49}{7} = 7$  λουλούδια.

Είναι  $6 \cdot 7 = 42$ . Αρα της λείπουν 2 λουλούδια.

**Θέμα 2**

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι πρώτος;

A. 3874    B. 3573    Γ. 6975    Δ. Κανένας

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Ο πρώτος διαιρείται με το 2, ο δεύτερος με το 3 γιατί  $3 + 5 + 7 + 3 = 18$  ενώ ο τρίτος με το 5.

Κανένας δεν είναι πρώτος.

**Θέμα 3**

Ένα ανθοπωλείο έχει στη διάθεσή του 36 γαρύφαλλα, 18 τριαντάφυλλα και 42 μαργαρίτες, και θέλει να φτιάξει όμοιες ανθοδέσμες. Κάθε ανθοδέσμη θα περιέχει Α γαρύφαλλα, Β τριαντάφυλλα, και Γ μαργαρίτες. Αν δεν περισσέψει κανένα λουλούδι, τότε πόσες ανθοδέσμες το πολύ θα φτιάξει;

A. 7 B. 3    Γ. 6 Δ. 24

**Έξυπνα και Εύκολα!**



ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Αφού διαιρείται με τα 2,4,7 θα διαιρείται και με το ΕΚΠ.Αλλά  $\text{ΕΚΠ}(2,4,7)=28$ .

Ο αριθμός θα είναι πολλαπλάσιο του 28 που η διαίρεση του με 9 θα πρέπει να δίνει υπόλοιπο 7.

Είναι  $28 = 27 + 1 = 3 \cdot 9 + 1$

Ο μικρότερος αριθμός που πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το 28 ώστε το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το 9 να είναι 7 είναι ο 7.

Αρα θα έχουμε  $28 \cdot 7 = 196$  χάντρες.

### Θέμα 6

Θεωρούμε την ισότητα  $\alpha = 18 \cdot \beta + 23$

Στην Ευκλείδεια Διαίρεση  $\alpha : \beta$  ποια είναι η μικρότερη τιμή, που μπορεί να πάρει το  $\beta$ ;

A. 24 B. 29     Γ. 21     Δ. 23

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Το υπόλοιπο πρέπει να είναι μικρότερο από τον διαιρέτη.

Επειδή θέλουμε την μικρότερη τιμή αυτή είναι το 24.

### Θέμα 7

Το κρασί που παρήγαγε φέτος ένα μικρό οινοποιείο, μπορεί να συσκευαστεί σε δοχεία των 7, 12 ή 18 λίτρων, χωρίς να περισσέψει καθόλου. Πόσα λίτρα τουλάχιστον είναι το κρασί που παρήγαγε το οινοποιείο;

A. 504 λ.     B. 756 λ.     Γ. 252λ     Δ. 216 λ.

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

**Έξυπνα και Εύκολα!**



Αφου δεν περισσεύει καθόλου θα πρέπει ο αριθμός των λίτρων να είναι πολλαπλάσιο των 7,12,18.  
Αρα θα είναι πολλαπλάσιο του ΕΚΠ(7,12,18)

$$\text{Είναι } 12 = 2^2 \cdot 3, 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\text{Αρα ΕΚΠ}(7,12,18) = 7 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = 7 \cdot 4 \cdot 9 = 252.$$

Αφού θέλουμε τον ελάχιστο αριθμό αυτός είναι το 252.

### Θέμα 8

Έχουμε 100 σοκολατάκια, 175 παστέλια και 275 ταρτάκια τα οποία θέλουμε να μοιράσουμε στα παιδιά του σχολείου ώστε κάθε παιδί να λάβει ίσο αριθμό από κάθε είδος γλυκίσματος. Σε πόσα παιδιά θα γίνει η μοιρασιά;

A. 25    B. 60    Γ. 55    Δ. 10

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Το πλήθος από τα παιδιά θα πρέπει να διαιρεί τα 275,100,175.

Ο μόνος αριθμός από τα αποτελέσματα που τα διαιρεί είναι το 25.

Σημείωση:

$$\text{Είναι } 100 = 4 \cdot 5^2, \quad 175 = 7 \cdot 5^2, \quad 275 = 11 \cdot 5^2 \text{ οι κοινοί διαιρέτες είναι το 5 και το 25.}$$

Αν δεν είχαμε τα αποτελέσματα, θα απαντούσαμε 5 ή 25

### Θέμα 9

Ποιο είναι το άθροισμα των δύο μεγαλύτερων πρώτων αριθμών που είναι μικρότεροι του 32;

A. 50 B. 56    Γ. 54    Δ. 60

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

Ο μεγαλύτερος πρώτος που είναι μικρότερος από 32 είναι το 31.

Ο αμέσως μικρότερος είναι το 29.

$$31+29=60$$

### Θέμα 10

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι πολλαπλάσιο του 3 ;

A. 2008    B.  $2+0+0+5$     Γ.  $(3+0) \cdot (3+9)$     Δ.  $200-100$

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

$$(3 + 0)(3 + 9) = 3 \cdot 12 = 36 \text{ που διαιρείται με το 3.}$$

### Θέμα 11

Ποιος είναι ο αμέσως μεγαλύτερος αριθμός του 1.562 που διαιρείται με το 3 και το 7;

A. 1.563    B. 1.590    Γ. 1.575    Δ. 1.580

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

$$\text{Είναι } 1562 = 223 \cdot 7 + 1$$

Ο επόμενος που διαιρείται με το 7 είναι  $1562+6=1568$

Επειδή  $1+5+6+8=20$  δεν διαιρείται με το 3.

Ο επόμενος που διαιρείται με 7 είναι  $1568+7=1575$

που διαιρείται με το 3 αφού  $1+5+7+5=18$

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 12**

Δίνεται η παράσταση  $A = 202,8 \cdot 0,12345 + 202,8 \cdot 9,87655$ . Η παράσταση A

- A. διαιρείται με το 2 και το 5
- B. διαιρείται με το 3 και το 5
- Γ. δε διαιρείται με κανέναν, είναι δεκαδικός
- Δ. διαιρείται με το 2 και το 13

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

$$\text{Είναι } 0,12345 + 9,87655 = 10$$

Ετσι είναι:

$$A = 202,8 \cdot (0,12345 + 9,87655) = 202,8 \cdot 10 = 2028$$

Το 5 δεν την διαιρεί. Αρα αποκλείονται τα Α,Β.

Το 2 την διαιρεί καθώς και το 13 αφού  $2028 = 13 \cdot 156$

**Θέμα 13**

Σε μια τάξη η δασκάλα ζήτησε από τους μαθητές της να της εξηγήσουν γιατί το 17 είναι πρώτος αριθμός. Πέντε μαθητές απάντησαν ως εξής:

- Γιάννης: Είναι πρώτος γιατί το 1 και το 7 είναι πρώτοι αριθμοί.
- Μαρία: Είναι πρώτος γιατί το 1 επί το 7 κάνει 7 που είναι πρώτος αριθμός.
- Άννα: Είναι πρώτος γιατί το 17 διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και το 1.
- Κώστας: Είναι πρώτος γιατί το 1 και το 7 κάνουν 8, που είναι σύνθετος αριθμός.

Ποιου μαθητή η απάντηση ήταν ορθή;

A. Γιάννη B. Μαρία Γ. Άννα Δ. Κώστας

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 14**

Ο Μ.Κ.Δ. και το Ε.Κ.Π. δύο αριθμών Α και Β είναι  $M.K.A.(A, B) = 2$  και το  $E.K.P.(A, B) = 12$ . Οι αριθμοί αυτοί είναι:

Α.  $A=8, B=13$     Β.  $A=5, B=12$     Γ.  $A=4, B=6$     Δ.  $A=2, B=6$

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Και οι δύο αριθμοί πρέπει να διαιρούνται με 2.

Έτσι τα Α, Β αποκλείονται. Ελέγχουμε το Γ.

Και οι δύο διαιρούνται με 2. Είναι  $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$ ,  $6 = 2 \cdot 3$

Έτσι  $M.K.A.(4, 6) = 2$  και  $E.K.P.(4, 6) = 2^2 \cdot 3 = 12$

Δεν χρειάζεται να ελέγξουμε το Δ αφού ακριβώς μια απάντηση είναι σωστή.

**Θέμα 15**

Το γινόμενο δύο ακεραίων αριθμών είναι 36. Ποιο είναι το μικρότερο δυνατό άθροισμα των αριθμών αυτών;

Α. 11 Β. 12    Γ. 13    Δ. 14

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Επειδή είναι  $36 = 2^2 \cdot 3^2$  τα ζευγάρια των ακεραίων αριθμών που έχουν γινόμενο

36 είναι τα  $(1, 36), (2, 18), (4, 9), (3, 12), (6, 6)$

Μικρότερο άθροισμα είναι το  $6+6=12$ .

Σημείωση: Για να βρούμε τα ζευγάρια βρήκαμε πρώτα τους διαιρέτες του 36.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 16**

Γύρω - γύρω από ένα περιβόλι είναι φυτεμένα δέντρα περισσότερα από 200 και λιγότερα από 400. Αν τα δέντρα μετρηθούν ανά 4, ή 7 ή 9 μένουν πάντοτε 3. Τότε τα δέντρα είναι:

A.286    B.283    Γ.280    Δ.255

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Αν από τα δέντρα αφαιρέσουμε 3 ο αριθμός τους θα είναι πολλαπλάσιο των

4,7,9. Άρα θα είναι πολλαπλάσιο και του ΕΚΠ(4,7,9)

Αλλά  $\text{ΕΚΠ}(4,7,9)=252$

Αφού τα δέντρα είναι περισσότερα από 200 και λιγότερα από 400

θα είναι  $252+3=255$

**Θέμα 17**

Πόσοι αριθμοί έως το 1000 είναι πολλαπλάσια του 7 αλλά δεν διαιρούνται από το 14;

A. 142    B. 140    Γ. 70    Δ. 71

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Είναι  $1000 = 142 \cdot 7 + 6$

Εχουμε 142 μη μηδενικά πολλαπλάσια του 7 μικρότερα από 1000.

Αφου δεν θέλουμε να διαιρούνται με 14 πρέπει να μην διαιρούνται με 2.

Ετσι θέλουμε τα περιττά πολλαπλάσια του 7. Αυτά είναι τα μισά δηλαδή  $\frac{142}{2} = 71$

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 18**

Έχουμε τον αριθμό  $\alpha = 28 \cdot 30 \cdot 37$ . Το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $\alpha$  με το 9 είναι:

Α. 3

Β. 5

Γ. 6

Δ. 7

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Επειδή  $28 = 3 \cdot 9 + 1$  και  $30 = 3 \cdot 9 + 3$

Είναι  $28 \cdot 30 = (3 \cdot 9 + 1)(3 \cdot 9 + 3) = \text{πολ}9 + 3$

$37 = 4 \cdot 9 + 1$

Έτσι  $28 \cdot 30 \cdot 37 = (\text{πολ}9 + 3)(\text{πολ}9 + 1) = \text{πολ}9 + 3$

Οπότε το υπόλοιπο είναι το 3.

**Θέμα 19**

Η Μαρία έχει καλέσει στο σπίτι της 7 παιδιά. Δεν γνωρίζει πόσα θα έρθουν. Θα αγοράσει καραμέλες που θέλει να τις μοιραστούν δίκαια. Πόσες το λιγότερο καραμέλες πρέπει να αγοράσει ώστε να τις μοιραστούν δίκαια χωρίς να περισσέψει καμία;

Α. 840

Β. 800

Γ. 105

Δ. 1680

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Τα παιδιά που θα είναι στο σπίτι μαζί με την Μαρία θα είναι 1 ή 2 ή 3 ή 4 ή 5 ή 6 ή 7 ή 8. Για να

μπορούν να μοιραστούν δίκαια θα πρέπει να είναι το λιγότερο το  $\text{Ε.Κ.Π}(2,3,4,5,6,7,8) = 8 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$ .

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 20**

Σε ένα δίσεκτο έτος (δηλαδή 1 έτος με 366 ημέρες) η τελευταία μέρα ήταν Τετάρτη. Η Πρωτοχρονιά αυτού του έτους ήταν:

Α. Κυριακή

Β. Δευτέρα

Γ. Τρίτη

Δ. Τετάρτη

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Είναι  $366 = 350 + 16 = 7 \cdot 50 + 14 + 2 = 7 \cdot 50 + 2$ . Επειδή η εβδομάδα έχει 7 ημέρες αν π.χ. η Πρωτοχρονιά ήταν Κυριακή η τελευταία μέρα θα ήταν Τρίτη. Αφού η τελευταία μέρα είναι Τετάρτη η Πρωτοχρονιά είναι Δευτέρα.

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● Διδασκαλία σε video</li><li>● Επαυξημένο βιβλίο</li><li>● Quizzes</li><li>● Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια: Γιάννης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το παραδοσιακό – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το <b>μοντέρνο</b> -ασύγχρονο μάθημα. Το <b>Ασύγχρονο μάθημα</b> περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	---

**Έξυπνα και Εύκολα!**

*Έξυπνα και Εύκολα!*