

**5° Κεφάλαιο – Αριθμητικά Μοτίβα****5.1. Αριθμητικά Μοτίβα**

1. Το 10
2. 125
3. Α) 16, 32, 64    Β) 13, 21, 34
4. 12, 9, 14
5.  $\frac{1}{8}$
6. 3, 42 και 38 αντίστοιχα
7. Το 41
8. Το 55
9. Β
10. Β
11. Β
12. Β
13. Δ
14. Β
15. Β
16. Α
17. Α
18. Β
19. Γ

**5.2. Μοτίβο Συμβόλων – Ευκλείδεια Διαίρεση**

20. Το Θ
21. Το Ρ

*Έξυπνα και Εύκολα!*

**5.3. Το Μοτίβο της Ώρας**

- 22. 8 φορές
- 23. Β
- 24. Γ

**5.4. Το Μοτίβο των Ψηφίων - Αρίθμηση**

- 25. Το 8
- 26. 192 ψηφία
- 27. Δ
- 28. Δ

**5.5. Ακολουθώ τις Οδηγίες**

- 29. Το Δ
- 30. Την Τετάρτη
- 31. Γ

<p>Ασύγχρονο Μάθημα - Course</p> <p><b>Μαθηματικά Πρότυπα</b></p> <p>Βοήθημα για Διδασκαλία &amp; Μελέτη</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Διδασκαλία σε video</li><li>• Επαυξημένο βιβλίο</li><li>• Quizzes</li><li>• Προσομοιώσεις εξετάσεων</li></ul> <p><small>Επιμέλεια: Γιάννης Κρόκος</small></p>	<p><b>Ασύγχρονο Μάθημα – Video Διδασκαλία</b></p> <p>Συνδυάζουμε το παραδοσιακό – έντυπο και έγχρωμο βιβλίο με το μοντέρνο -ασύγχρονο μάθημα. Το Ασύγχρονο μάθημα περιλαμβάνει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>727 Θέματα-Ασκήσεις</b> σε Video διδασκαλία</li><li>• <b>Επαυξημένο βιβλίο:</b> eBook ανά κεφάλαιο με θεωρία, ασκήσεις, διαγωνίσματα</li><li>• <b>Quizzes:</b> ερωτήσεις κλειστού τύπου με απάντηση και αιτιολόγηση</li><li>• <b>Προσομοιώσεις:</b> 14 στοχευμένα διαγωνίσματα για κάθε κεφάλαιο</li></ul> <p><b>Τιμή: 49€</b></p>
--	---

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**5.6. Συνδυαστικά Θέματα Εμβάθυνσης**

32. Β

33. 123, 369, 366

34. 38, 76, 2

35.  $4\frac{1}{4}$ ,  $5\frac{3}{4}$ 

36. Δ

37. Β

38. Γ

39. Β

40. Γ

41. Β

42. Γ

43. Β

44. Β

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Προσομοιωτικό Διαγώνισμα 5<sup>ου</sup> Κεφαλαίου****Θέμα 1**

Ένας ραδιοφωνικός σταθμός παίζει ασταμάτητα το ίδιο πάντα μοτίβο Α, Β, Γ, Δ, Ε από πέντε τραγούδια. Το τραγούδι Α διαρκεί 4 λεπτά, το Β διαρκεί 3 λεπτά, το Γ 4 λεπτά, το Δ 5 λεπτά και το Ε 3 λεπτά. Αυτή τη στιγμή ακούγεται το τραγούδι Α. Ποιο τραγούδι θα ακούγεται ακριβώς μία ώρα αργότερα;

Α. το Α      Β. το Β      Γ. το Γ      Δ. το Δ

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Ο συνολικός χρόνος των τραγουδιών είναι  $4+3+4+5+3=19$  λεπτά.

Είναι  $60 = 3 \cdot 19 + 3$

3 λεπτά πριν συμπληρωθεί η ώρα θα ξεκινάει να παίζει το Α.

Αφού αυτό διαρκεί 4 λεπτά αυτό θα ακούγεται σε ακριβώς μια ώρα.

**Θέμα 2**

Ο Πινόκιο έχει μύτη με αρχικό μήκος 3 εκ. Κάθε φορά όμως που λέει ένα ψέμα το μήκος της μύτης του διπλασιάζεται. Μετά από 5 διαδοχικά ψέματα, η μύτη του θα έχει τελικά μήκος:

Α. 48εκ.      Β. 96 εκ.      Γ. 192 εκ.      Δ. 32 εκ.

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Β.

Στο πρώτο ψέμα θα γίνει  $3 \cdot 2$  στο δεύτερο  $3 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2^2$

Έτσι στο πέμπτο ψέμα θα γίνει  $3 \cdot 2^5 = 3 \cdot 32 = 96$

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 3**

Στην παρακάτω σειρά υπάρχουν 8 αριθμοί. Ο πρώτος αριθμός στη σειρά είναι ο αριθμός 3, ο δεύτερος αριθμός είναι ο αριθμός 33, ο τρίτος αριθμός είναι ο 333, κλπ.

3, 33, 333, .... , 33333333

Αν βρούμε το άθροισμα όλων των αριθμών, ποιο ψηφίο θα βρίσκεται στη θέση των εκατοντάδων;

A. 4      B. 3      Γ. 1 Δ. 0

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Όταν προσθέσουμε τις μονάδες θα έχουμε  $8 \cdot 3 = 24$

Θα γράψουμε 4 και θα έχουμε κρατούμενο 2.

Στις δεκάδες θα έχουμε  $7 \cdot 3 + 2 = 23$

Θα γράψουμε 3 και θα έχουμε κρατούμενο 2.

Στις εκατοντάδες θα έχουμε  $6 \cdot 3 + 2 = 20$  Αρα θα γράψουμε το ψηφίο 0.

**Θέμα 4**

Ποιον αριθμό πρέπει να βάλουμε στο ορθογώνιο για να συμπληρωθεί το ακόλουθο μοτίβο;

8,25 €  9,25 €    9,75 €    10,25 €

A. 8,50 €    B. 8,75 €    Γ. 9,00 €    Δ. 9,15 €

ΛΥΣΗ.

Σωστό το B.

Είναι  $10,25 - 9,75 = 0,5$  και  $9,75 - 9,25 = 0,5$ .

Αν βάλουμε το 8,75 όλες οι διαφορές θα είναι ίσες.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 5**

Σε μια αίθουσα κινηματογράφου υπάρχουν 20 σειρές από καθίσματα. Στην 1<sup>η</sup> σειρά υπάρχουν 40 καθίσματα. Κάθε επόμενη σειρά έχει ένα κάθισμα περισσότερο από την μπροστινή σειρά. Πόσα καθίσματα υπάρχουν στην αίθουσα;

A. 1010    B. 900    Γ. 990    Δ. 790

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Η τελευταία σειρά θα έχει  $40+19=59$  καθίσματα.

Θα πρέπει να υπολογίσουμε το άθροισμα  $40 + 41 + 42 + \dots + 59$

Γράφοντας το ως

$$40 + 40 + 1 + 40 + 2 + \dots + 40 + 19$$

θα είναι

$$40 \cdot 20 + 1 + 2 + \dots + 19$$

Αλλά

$$1 + 2 + \dots + 19 = \frac{19 \cdot 20}{2} = 19 \cdot 10 = 190 \text{ (βλέπε σημείωση)}$$

Αρα όλα τα καθίσματα είναι

$$40 \cdot 20 + 190 = 800 + 190 = 990$$

**Σημείωση**

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για τον υπολογισμό αθροισμάτων της μορφής

$$1+2+3+\dots$$

Υπάρχει όμως ο τύπος  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  όπου ο  $n$  είναι ένας

φυσικός αριθμός.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 6**

Ο μικρός πρίγκιπας πρέπει να διανύσει περπατώντας 100 χλμ. Για να συναντήσει τη Χιονάτη. Ενώ όμως την ημέρα προχωράει 20 χλμ., τη νύχτα τον γυρίζει πίσω ο κακός μάγος κατά 5 χλμ. Πόσες μέρες θα χρειαστεί ο μικρός πρίγκιπας για να φτάσει στο σπίτι των νάνων και να σώσει τη Χιονάτη από τα μάγια; (Ο μάγος δεν πλησιάζει ποτέ στο σπίτι των νάνων!)

A. 6    B. 7    Γ. 8    Δ. 9

ΛΥΣΗ.

Σωστό το B.

Την δεύτερη μέρα θα ξεκινήσει  $20-5=15$  χιλιόμετρα από την αρχή.Ετσι την Τρίτη μέρα θα ξεκινήσει  $15+15=30$  χλμ. από την αρχή.

Συμπεραίνουμε ότι την έβδομη μέρα θα ξεκινήσει 90 χλμ. από την αρχή.

Ετσι θα φθάσει την έβδομη μέρα

**Θέμα 7**

Ποιον αριθμό θα βρούμε αν υπολογίσουμε την παράσταση:

$$K = 3 - 2 + 4 - 3 + 5 - 4 + \dots + 2005 - 2004$$

A. 2002            B. 2004            Γ. 2005            Δ. 2003

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Στην ουσία θα έχουμε  $1+1+\dots+1$ .

Πρέπει να μετρήσουμε πόσα είναι αυτά τα 1.

Είναι τόσα όσα οι αριθμοί από το 3 έως το 2005.

Δηλαδή  $2005-3+1=2003$ **Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 8**

Μία Λερναία Ύδρα έχει 5 κεφάλια. Αν της κόψουν ένα κεφάλι, τότε φυτρώνουν 6 καινούργια. Ο Ηρακλής της έκοψε συνολικά 7 κεφάλια. Πόσα κεφάλια είχε στο τέλος η Λερναία Ύδρα;

- A. 30      B. 35      Γ. 45      Δ. 40

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Αφού κάθε φορά που της κόβουμε ένα κεφάλι αυτά αυξάνονται κατά 6 ,κάθε φορά που κόβουμε ένα κεφάλι ο συνολικός αριθμός αυξάνεται κατά 5.

Αφού της έκοψε 7 αυξήθηκαν κατά 35.

Αρα συνολικά  $5+35=40$  κεφάλια.

**Θέμα 9**

Ο Πέτρος γράφει τους αριθμούς από το 1 έως το 2020 με τη σειρά στον παρακάτω πίνακα. Σε ποιο γράμμα θα αντιστοιχεί το 2004;

<b>Π</b>	<b>Ε</b>	<b>Τ</b>	<b>Ρ</b>	<b>Ο</b>	<b>Σ</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>13</b>	.....				

- A. Π    B. Ε    Γ. Σ    Δ. Ρ

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Είναι  $2004 = 6 \cdot 334 + 0$ .

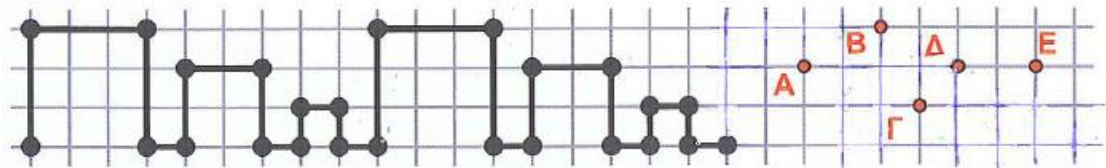
Ετσι στο 2004, κλείνει η εξάδα των γραμμάτων με το Σ

**Έξυπνα και Εύκολα!**



**Θέμα 10**

Ο σχεδιαστής ζωγράφισε πάνω σε ένα τετραγωνισμένο χαρτί κάποιο μοτίβο. Στην εικόνα φαίνονται δύο επαναλήψεις του μοτίβου. Αν σχεδιάσει άλλη μία φορά το μοτίβο, από ποιο από τα σημεία A, B, Γ, Δ και E θα περάσει η γραμμή;



A. το A      B. το B      Γ. το Γ      Δ. το Δ

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Θα πάμε 3 πάνω και 3 δεξιά. Αρα δεν περνάει από το A.

Επειδή δεν θα ξαναανέβει δεν περνάει από το B.

Συνεχίζοντας θα κατέβουμε 3 και θα πάμε 1 δεξιά και 2 πάνω. Αρα δεν θα περνάει από το Γ.

Αφού θα πάμε μετά δύο δεξιά θα περνάει από το Δ.

**Θέμα 11**

Σε ένα μεγάλο στρογγυλό τραπέζι υπάρχουν γύρω-γύρω 90 καρέκλες. Σε μερικές καρέκλες κάθονται τα μέλη μιας παρέας φίλων, ενώ οι υπόλοιπες είναι άδειες. Μεταξύ οποιουδήποτε και του πλησιέστερου του μεσολαβούν δύο κενές καρέκλες. Πόσα άτομα κάθονται γύρω από το τραπέζι;

A. 30      B. 32      Γ. 23      Δ. 40

ΛΥΣΗ.

Σωστό το A.

Κάθε 3 καρέκλες κάθεται ένας. Άρα κάθονται  $\frac{90}{3} = 30$  άτομα.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 12**

Τα αεροπλάνα μιας αεροπορικής εταιρείας, προσγειώνονται στο «Ελευθέριος Βενιζέλος» ανά ίσα χρονικά διαστήματα. Αν το πρώτο αεροπλάνο, προσγειώθηκε στις 11 π.μ. και το 5<sup>ο</sup> στις 7 μ.μ. Τι ώρα προσγειώθηκε το 3<sup>ο</sup> αεροπλάνο;

A. 1 μ.μ.      B. 15:15 μ.μ      Γ. 15:30      Δ. 15:00

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Μεταξύ 11π.μ και 7μ.μ μεσολαβούν 8 ώρες. Αρα ένα αεροπλάνο προσγειώνεται κάθε 2 ώρες.

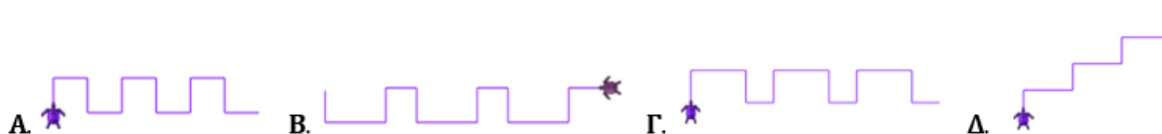
Το τρίτο θα προσγειωθεί 4 ώρες μετά τις 11π.μ, δηλαδή στις 3μ.μ. Αυτή η ώρα σε εικοσιτετράωρο είναι 15:00.

**Θέμα 13**

Ένα μικρό ρομπότ σε σχήμα χελώνας μπορεί να προχωρά ίσια και να στρίβει. Προγραμματίσαμε το μικρό αυτό ρομπότ με τις παρακάτω εντολές: Επανάλαβε 3 φορές την παρακάτω διαδικασία:

«ΜΠΡΟΣΤΑ 5 εκ. → ΣΤΡΙΨΕ ΔΕΞΙΑ → ΜΠΡΟΣΤΑ 10 εκ. → ΣΤΡΙΨΕ ΔΕΞΙΑ → ΜΠΡΟΣΤΑ 5 εκ. → ΣΤΡΙΨΕ ΑΡΙΣΤΕΡΑ → ΜΠΡΟΣΤΑ 5 εκ. → ΣΤΡΙΨΕ ΑΡΙΣΤΕΡΑ».

Ποιο από τα παρακάτω σχήματα παριστάνει τη διαδρομή που θα ακολουθήσει η μικρή χελώνα;



ΛΥΣΗ.

Σωστό το Γ.

Το Α δεν είναι γιατί όλες οι αποστάσεις είναι ίδιες.

Το Β δεν είναι γιατί την πρώτη φορά που στρίβει στρίβει αριστερά.

Το Δ δεν είναι γιατί έχουμε «Μπροστά 5εκ-στρίψε δεξιά-μπροστά 10 εκ- στρίψε αριστερά», ενώ εμείς θέλουμε να στρίψει δεξιά.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 14**

Ποιον αριθμό θα βρούμε αν πολλαπλασιάσουμε όλους τους παρακάτω αριθμούς;

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{199}{200}, \frac{200}{201}$$


- A. 200      B. 201      Γ.  $\frac{1}{200}$       Δ.  $\frac{1}{201}$

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

$$\text{Είναι } \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \dots \cdot \frac{199}{200} \cdot \frac{200}{201} = \frac{1}{201}$$

**Θέμα 15**

Το μοτίβο  επαναλαμβάνεται, όπως φαίνεται παρακάτω. Ποιο σχήμα θα είναι στην 1821<sup>η</sup> θέση;

- A. το Τετράγωνο B. το Μαύρο Τρίγωνο Γ. ο Κύκλος Δ. το Λευκό Τρίγωνο

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Α.

Το μοτίβο αποτελείται από 4 σχήματα. Το 1820 διαιρείται με το 4. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του 1821 με το 4 θα είναι 1. Αυτό σημαίνει ότι για να φθάσουμε στην 1821<sup>η</sup> θέση, θα έχουμε καλύψει κάποιες 4αδες συν 1 θέση ακόμη.

Στο τέλος κάθε τετράδας συναντούμε το τρίγωνο (με το οποίο κλείνει το μοτίβο). Μετά από 1 θέση ακόμη το μοτίβο επαναλαμβάνεται, συναντώντας έτσι το πρώτο του σχήμα που είναι το τετράγωνο.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 16**

Η σειρά των παρακάτω αριθμών δεν είναι τυχαία. Ποιος αριθμός λείπει;

25, 36, 49, 64, 81, ..., 121

A. 93      B. 100      Γ. 107      Δ. 118

ΛΥΣΗ (α' τρόπος)

Σωστό το Β.

Για τους συγκεκριμένους αριθμούς παρατηρούμε ότι:

- Από το 25 για να πάμε στο 36, προσθέτουμε 11.
- Από το 36 για να πάμε στο 49, προσθέτουμε 13 (= 11 + 2)
- Από το 49 για να πάμε στο 64, προσθέτουμε 15 (= 13 + 2)
- Από το 64 για να πάμε στο 81, προσθέτουμε 17 (= 15 + 2)

Παρατηρούμε λοιπόν ότι σε κάθε «πέρασμα», προσθέτουμε **2 επιπλέον** από όσα είχαμε προσθέσει στο ακριβώς προηγούμενο πέρασμα.

Οπότε:

Για να πάμε από το 81 στον επόμενό του, πρέπει να προσθέσουμε 19. Άρα:

$$81 + 19 = 100$$

Ο αριθμός λοιπόν που αναζητούμε είναι ο 100.

Πράγματι ο επόμενος θα είναι ο  $100+19+2=121$  που υπάρχει στους αρχικούς.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

ΛΥΣΗ (β' τρόπος)

Σωστό το Β.

Παρατηρούμε ότι:

$$25 = 5^2$$

$$36 = 6^2$$

$$49 = 7^2$$

$$64 = 8^2$$

$$81 = 9^2$$

$$121 = 11^2$$

Εχουμε δηλαδή τα τετράγωνα αριθμών.

Αυτός που λείπει είναι το  $10^2$  που ισούται με  $10 \cdot 10$  άρα **100**.

### Θέμα 17

Ο Δημήτρης έγραψε στον πίνακα 5 αριθμούς με μια συγκεκριμένη ιδιότητα.

Ο τέταρτος αριθμός κατά λάθος σβήστηκε.

Έτσι υπήρχαν οι αριθμοί 1, 8, 27, \*, 125.

Ο αριθμός που λείπει (δηλαδή είναι στην θέση του \*) είναι :

A. 66    B. 64    Γ. 100    Δ. 75

ΛΥΣΗ

Σωστό το Β.

Παρατηρούμε ότι  $1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27$ .

Υποψιαζόμαστε ότι είναι οι κύβοι αριθμών.

Πράγματι είναι  $5^3 = 125$ . Άρα ο αριθμός που λείπει είναι ο  $4^3 = 64$

**Έξυπνα και Εύκολα!**

**Θέμα 18**

Ο Γιώργος έγραψε στον πίνακα 8 αριθμούς με μια συγκεκριμένη ιδιότητα.

Ο πέμπτος αριθμός κατά λάθος σβήστηκε.

Ετσι υπήρχαν οι αριθμοί 2,3,5,7,\*,13,17,19

Ο αριθμός που λείπει (δηλαδή είναι στην θέση του \*) είναι :

A. 10    B. 8    Γ. 9    Δ. 11

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

Παρατηρούμε ότι όλοι οι αριθμοί εκτός του πρώτου είναι περιττοί.

Οι διαφορές τους όμως δεν είναι ίδιες.

$$19-17=2, 17-13=4$$

Θα πρέπει να ψάξουμε κάποια άλλη ιδιότητα.

Βλέπουμε ότι όλοι είναι πρώτοι μικρότεροι του 20.

Μεταξύ του 7 και 13 ο μόνος πρώτος είναι το 11. Άρα το 11 είναι αυτό που λείπει.

**Θέμα 19**

Στο παρακάτω μοτίβο

1, 3, 6, 10, 15, 21

ο επόμενος αριθμός είναι:

A. 23    B. 25    Γ. 26    Δ. 28

ΛΥΣΗ.

Σωστό το Δ.

**Έξυπνα και Εύκολα!**

Παρατηρούμε ότι:

$$3 - 1 = 2$$

$$6 - 3 = 3$$

$$10 - 6 = 4$$

$$15 - 10 = 5$$

$$21 - 15 = 6$$

Δηλαδή οι διαφορές διαδοχικών αριθμών αυξάνονται κάθε φορά κατά 1.

Έτσι ο επόμενος αριθμός θα είναι ο  $21+7=28$

## Θέμα 20

Αν γράψουμε τους αριθμούς από το 1 έως το 100 πόσες φορές θα χρησιμοποιήσουμε το ψηφίο 9;

A. 18

B. 19

Γ.20

Δ.17

ΛΥΣΗ.

Σωστό το B.

Οι αριθμοί μέχρι και το 89 που περιέχουν το ψηφίο 9 είναι 9,19,29, ..., 89 .

Αυτοί περιέχουν 9 φορές το ψηφίο 9.

Υπάρχουν και οι 90,91,92, ...,99 που περιέχουν 10 ψηφία 9

Συνολικά θα χρησιμοποιήσουμε  $9+10=19$  φορές το ψηφίο 9.

**Έξυπνα και Εύκολα!**